

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ИВАНОВСКАЯ ПОЖАРНО-
СПАСАТЕЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ПРОТИВОПОЖАРНОЙ
СЛУЖБЫ МИНИСТЕРСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПО ДЕЛАМ ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЫ, ЧРЕЗВЫЧАЙНЫМ СИТУАЦИЯМ И
ЛИКВИДАЦИИ ПОСЛЕДСТВИЙ СТИХИЙНЫХ БЕДСТВИЙ»**



**Методические рекомендации
для самостоятельной работы
обучающихся по дисциплине
«Прикладная механика»**

(направление подготовки 20.03.01 «Техносферная безопасность»)

Покровский А.А., Киселев В.В.

Методические рекомендации для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Прикладная механика» (для направления подготовки 20.03.01 «Техносферная безопасность») – Иваново: Ивановская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России. – 87 с.

Методические рекомендации для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Прикладная механика» (для направления подготовки 20.03.01 «Техносферная безопасность»).

В методических рекомендациях представлен теоретический и практический материал по дисциплине «Прикладная механика», для самостоятельного изучения ключевых тем. В методических рекомендациях также представлен список рекомендуемой литературы.

Оглавление

	стр.
Введение	4
1. Статика	6
2. Кинематика точки и твердого тела	19
3. Структурный и кинематический анализ плоских механизмов	29
4. Приводы механизмов	37
5. Простые виды деформаций	46
Список литературы	56

Введение

Дисциплина «Прикладная механика» является основой общетехнической и общепрофессиональной подготовки инженера любого профиля, в частности, в области пожарной безопасности.

Развитие современной пожарной техники ставит перед инженерами пожарной безопасности самые разнообразные задачи, связанные с расчетом различных сооружений (зданий, мостов, каналов, плотин и т.п.), с эксплуатацией всевозможных машин, механизмов, двигателей и, в частности, таких объектов, как пожарные автомобили, составляющие их узлы (гидроприводы, насосы). Конструирование машины независимо от того, выполняется оно учащимся или опытным инженером, - процесс творческий. Каждая конструкторская задача, как правило, имеет много решений. Опираясь на имеющиеся теоретические знания, учащийся должен выбрать из многих возможных решений одно, наилучшее. При этом ему приходится принимать во внимание часто противоречивые технологические и эксплуатационные требования, предъявляемые к проектируемому изделию. Несмотря на многообразие всех этих проблем, решения их в определенной части основываются на некоторых общих принципах и имеют общую научную базу.

Основные теоретические положения, изучаемые в дисциплине «Прикладная механика» широко используются при изучении ряда специальных дисциплин, а именно: «Здания и сооружения и их устойчивость при пожаре», «Пожарная безопасность в строительстве», «Расследование и экспертиза пожаров», «Пожарная безопасность технологических процессов», «Теория горения и взрыва», «Гидравлика», «Противопожарное водоснабжение» и т. д.

Эффективность освоения дисциплины «Прикладная механика» в значительной мере зависит от содержания и постановки лабораторного практикума, поскольку лабораторные работы являются связующим звеном теории и практики, курсового проектирования, практикума решения прикладных практических задач. Данные мероприятия позволяют углублять и закреплять

теоретические знания.

1. Статика

Основные понятия механики

Движение является способом существования материи, ее основным неотъемлемым свойством. Под движением в общем смысле понимается не только перемещение тел в пространстве, но и тепловые, химические, электромагнитные и любые другие изменения и процессы, включая наше сознание и мысль.

Механика изучает наиболее простую и легко наблюдаемую форму движения - механическое движение.

Механическим движением называется как происходящее с течением времени изменение положения материальных тел относительно друг друга, так и изменение относительного положения частиц одного и того же материального тела, т. е. его деформация.

Нельзя, конечно, все многообразие явлений природы свести только к механическому движению и объяснить их на основании положений одной механики. Механическое движение никоим образом не исчерпывает существа различных форм движения, но оно всегда присутствует в каждой из них и должно быть исследовано раньше всего остального.

В связи с колоссальным развитием науки и техники стало невозможным в одной дисциплине сосредоточить изучение множества вопросов, связанных с механическим движением различного рода материальных тел. Современная механика представляет собой целый комплекс общих и специальных технических дисциплин, посвященных проектированию и расчету различных сооружений, механизмов и машин.

Материальные тела, с которыми имеют дело в этих дисциплинах, весьма различны, но движение их обладает многими общими свойствами, не зависящими от физических свойств самих движущихся тел. Эти общие свойства механического движения материальных тел и изучаются в теоретической механике.

Теоретической механикой называется наука, изучающая общие законы механического движения материальных тел и устанавливающая общие приемы и методы для решения вопросов, связанных с этим движением.

Механическим движением называется изменение с течением времени взаимного положения материальных точек в пространстве.

Механическим взаимодействием называется такое взаимодействие материальных тел, которое изменяет или стремится изменить характер их механического движения.

Для того чтобы установить законы движения, общие для всех материальных тел, в теоретической механике прибегают к идеализации явлений, т. е. к выделению главного, от чего эти явления существенным образом зависят, и отбрасыванию второстепенных обстоятельств, не существенных в рассматриваемых условиях. Поэтому в теоретической механике рассматривается движение не тех физических тел, которые реально существуют в природе, а некоторых абстрактных моделей, отражающих только определенные общие свойства.

В динамике изучаются зависимости между движением материальных тел и действующими на них силами.

Подобное деление курса противоречит сущности механических явлений. Покой и равновесие являются лишь частными случаями движения, а не какими-то особыми случаями, которые должны быть рассмотрены независимо от движения и в качестве его предпосылок. Все положения статики могут быть выведены из законов динамики. Идут же на такую последовательность в построении курса теоретической механики в вузах потому, что сложность математического аппарата, требуемого для изучения механики, возрастает постепенно, и можно вести ее изучение параллельно с изучением курса высшей математики, а потому раньше перейти к изучению специальных дисциплин.

Теоретическая механика служит научным фундаментом для многих технических дисциплин. Ее методами и приемами пользуются при всех технических расчетах, связанных с проектированием различных сооружений и машин и их эксплуатацией. Роль и значение теоретической механики для техники непрерывно возрастает. Сложнейшие проблемы, постоянно возникающие в связи с гигантским развитием техники, организацией и развитием все новых и новых видов производства и новых технических средств, уже нельзя решать на основе одних опытных данных, на основе одной практики. Требуется научное предвидение и строгий предварительный расчет, основанные на глубоком знании теории, причем в первую очередь на знании законов и методов теоретической механики.

Аксиомы статики

Аксиомы статики представляют собою результат обобщений многочисленных опытов и наблюдений над равновесием и движением тел, неоднократно подтвержденных практикой. Некоторые основные законы механики Галилея – Ньютона являются одновременно и аксиомами статики.

1. Аксиома инерции. *Под действием взаимно уравновешивающихся сил материальная точка (тело) находится в состоянии покоя или движется прямолинейно и равномерно.* Аксиома инерции выражает установленный Галилеем закон инерции. Аксиома 1 определяет простейшую уравновешенную систему сил, так как опыт показывает, что свободное тело, на которое действует только одна сила, находится в равновесии не может.

2. Аксиома равновесия двух сил. *Две силы, приложенные к твердому телу, взаимно уравновешиваются только в том случае, если их модули равны и если они направлены по одной прямой в противоположные стороны (рис. 1.1).*

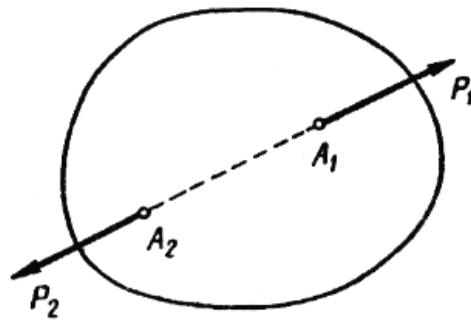


Рис. 1.1. Уравновешенная пара сил в плоскости

3. Аксиома присоединения и исключения уравнивающих сил. *Действие системы сил на твердое тело не изменится, если к ней присоединить или из нее исключить систему взаимно уравнивающих сил.*

Пусть, например, к твердому телу приложены силы $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3, \vec{P}_4$, под действием которых тело находится в покое или совершает какое-то движение (рис. 1.2). Приложим к телу две равные противоположно направленные силы \vec{Q}_1, \vec{Q}_2 , которые взаимно уравниваются. Если тело в покое, то оно сохранит его; если тело в движении, то оно будет двигаться под действием новой системы сил $\vec{Q}_1, \vec{Q}_2, \vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3, \vec{P}_4$ так же, как под действием сил $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3, \vec{P}_4$, т.е. новая система сил эквивалентна прежней. Это же произойдет, если из заданной системы сил, приложенных к твердому телу, исключить взаимно уравнивающиеся силы, входящие в её состав.

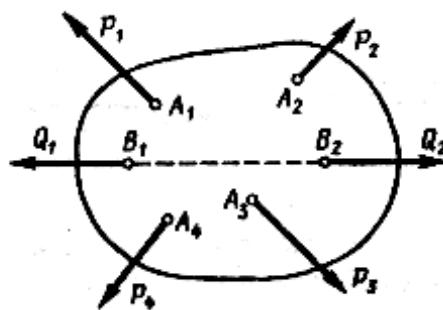


Рис. 1.2. Уравновешенная система сил в плоскости

Следствие. *Не изменяя кинематического состояния абсолютно твердого тела, силу можно переносить вдоль линии ее действия, сохраняя неизменными ее модуль и направление.*

4. Аксиома параллелограмма сил. *Равнодействующая двух пересекающихся сил приложена в точке их пересечения и изображается диагональю параллелограмма, построенного на этих силах (рис. 1.3).*

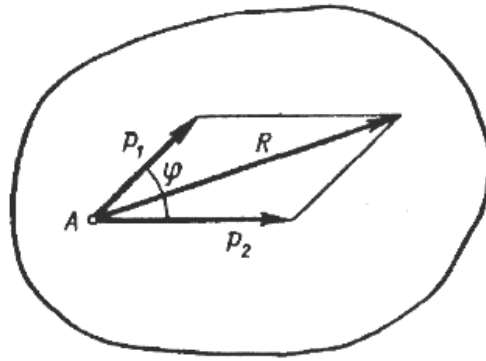


Рис. 1.3. Сложение сил по правилу параллелограмма

$$\vec{R} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \quad (1.1)$$

Модуль равнодействующей силы определяется по следующей формуле:

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2 \cos \varphi} \quad (1.2)$$

5. Аксиома действия и противодействия. *Всякому действию соответствует равное и противоположно направленное противодействие.* Эта аксиома утверждает, что силы действия друг на друга двух тел равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны. Таким образом, в природе не существует одностороннего действия силы. Будучи приложенными к разным телам, эти силы не уравниваются. Аксиома действия и противодействия установлена Ньютоном и известна как один из основных законов классической механики.

6. Аксиома сохранения равновесия сил, приложенных к деформирующемуся телу при его затвердевании. *Равновесие сил, приложенных к деформирующемуся телу, сохраняется при его затвердении.*

Проекция силы на ось и плоскость

Аналитический метод решения задач статики основывается на понятии о проекции силы на ось. *Проекцией силы на ось называется скалярная величина, равная взятой с соответствующим знаком длине отрезка, заключенного между проекциями начала и конца силы.* Проекция имеет знак плюс, если перемещение от её начала к концу происходит в положительном направлении оси, и знак минус – если в отрицательном. Из определения следует, что проекции данной силы на любые параллельные и одинаково направленные оси равны друг другу. Этим удобно пользоваться при вычислении проекции силы на ось, не лежащую в одной плоскости с силой. Обозначать проекцию силы F на ось Ox , будем символом F_x . Тогда для сил, изображенных на рис. 1.4, получим:

$$F_x = AB_1 \cos \alpha = ab, \quad Q_x = -ED_1 = -de.$$

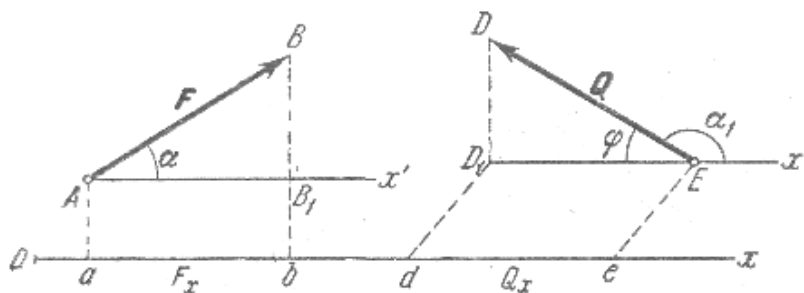


Рис. 1.4. Проекции сил на ось

Но из чертежа видно, что $AB_1 = F \cos \alpha$, $ED_1 = Q \cos \varphi = -Q \cos \alpha_1$. Следовательно, $F_x = F \cos \alpha$, $Q_x = -Q \cos \varphi = Q \cos \alpha_1$, т.е. *проекция силы на ось равна произведению модуля силы на косинус угла между силой и положительным направлением оси*. При этом проекция будет положительной, если угол между направлением силы и положительным направлением оси – острый, и отрицательной, если этот угол – тупой; если сила перпендикулярна к оси, то ее проекция на ось равна нулю.

Проекцией силы F на плоскость Oxy называется вектор $F_{xy} = OB_1$ заключенный между проекциями начала и конца силы F на эту плоскость (рис. 1.5). Таким образом, в отличие от проекции силы на ось, проекция силы на плоскость есть величина векторная, так как она характеризуется не только своим численным значением, но и направлением в плоскости Oxy . По модулю $F_{xy} = F \cos \theta$, где θ – угол между направлением силы F и ее проекции F_{xy} .

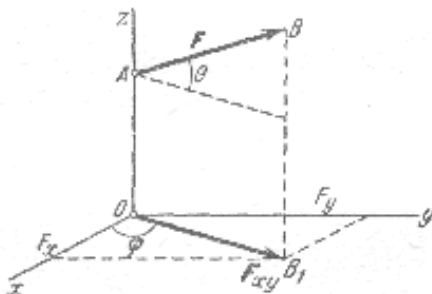


Рис. 1.5. Проекция силы на плоскость

В некоторых случаях для нахождения проекции силы на ось бывает удобнее найти сначала ее проекцию на плоскость, в которой эта ось лежит, а затем найденную проекцию на плоскость спроектировать на данную ось.

Момент силы относительно центра и оси. Пара сил

Возникновение понятия момента силы относительно центра связано с задачей о рычаге. Представим себе твердое тело (рис. 1.6), имеющее сферическую шарнирную опору, помещенную в центре O тяжести тела. Если к телу приложить силу P_1 на некотором расстоянии h_1 от неподвижной точки O , то тело начнет вращаться вокруг этой точки. Если же к телу приложить еще и другую силу P_2 , стремящуюся вращать тело в направлении, противоположном вращению силой P_1 в плоскости силы P_1 и точки O , и если при этом отношение модулей сил P_1 и P_2

будет обратно пропорционально их расстояниям h_1 и h_2 от неподвижной точки O , то тело будет оставаться в равновесии.

Вращательное действие силы P_1 будет уравниваться вращательным действием силы P_2 , если $\frac{P_1}{P_2} = \frac{h_2}{h_1}$ и, следовательно, $P_1 h_1 = P_2 h_2$.

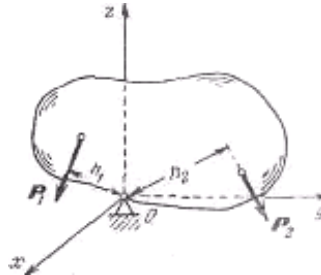


Рис. 1.6. Вращение твердого тела

Таким образом, мерой вращательного эффекта силы относительно какой-либо точки (центра) является *произведение модуля силы на плечо, т. е. на кратчайшее расстояние ее линии действия от центра момента*. Это произведение называется *модулем момента силы относительно этого центра*.

Для эквивалентности вращательного действия двух сил относительно какого-либо центра равенства модулей их моментов относительно этого центра недостаточно. Необходимо еще, чтобы совпадали плоскости, проходящие через линии действия сил и центр моментов, и чтобы силы вращали тело вокруг центра моментов в одном и том же направлении.

Таким образом, для полного определения вращательного эффекта силы относительно какого-либо центра необходимо знать не только модуль момента силы, но и указать плоскость, проходящую через линию действия силы и центр момента, а также сторону вращения в этой плоскости.

Положение плоскости в пространстве определяется, как известно, положением перпендикуляра к этой плоскости.

Из всего сказанного вытекает следующее векторное определение момента силы относительно точки: *моментом силы относительно какой-либо точки O (центра) называется приложенный к этой точке вектор, направленный перпендикулярно к плоскости, в которой расположены линия действия силы и центр O , и притом в ту сторону, откуда вращение тела силой представляется совершающимся против часовой стрелки*.

Вектор момента силы P относительно центра O будем обозначать символом $M_O(P)$.

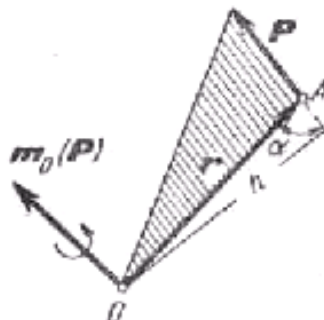


Рис. 1.7. Момент силы

Модуль момента силы относительно центра равен, как было сказано выше, произведению модуля силы на ее плечо, т. е. на длину перпендикуляра, опущенного из центра момента на линию действия силы (рис. 1.7).

$$|M_O(P)| = Ph. \quad (1.3)$$

Можно сказать, что момент силы относительно какого-либо центра равен векторному произведению радиуса-вектора r , проведенного из центра момента в точку приложения силы на вектор силы.

$$M_O(P) = r \times P. \quad (1.4)$$

Момент силы относительно точки является одним из важнейших понятий механики. Обобщая это понятие, можно находить момент относительно любой точки, независимо от того, может ли в действительности тело вращаться вокруг этой точки.

Моментом силы P относительно оси z называется взятое со знаком плюс или минус произведение модуля проекции P_1 силы P на плоскость, перпендикулярную оси, на ее плечо d_1 относительно точки O пересечения оси с плоскостью:

$$M_z = \pm P_1 d_1. \quad (1.5)$$

Положим, что к твердому телу в точке A приложена сила P . Чтобы вычислить момент этой силы относительно оси z , следует спроецировать силу P на плоскость L , перпендикулярную оси z , а затем вычислить момент ее проекции P_1 на эту плоскость относительно точки O пересечения оси z с плоскостью L , приписав этому моменту знак плюс или минус (рис. 1.8).

Момент силы относительно оси считается положительным, если, смотря навстречу оси z , можно видеть проекцию P_1 стремящейся вращать плоскость L вокруг оси z в сторону, противоположную вращению часовой стрелки.

Момент силы относительно оси изображается отрезком, отложенным по оси z от точки O в положительном направлении, если $M_z > 0$, и в отрицательном — если $M_z < 0$.

Значение момента силы относительно оси может быть также выражено удвоенной площадью треугольника: $M_z = \pm 2\Delta A_1 O B_1$.

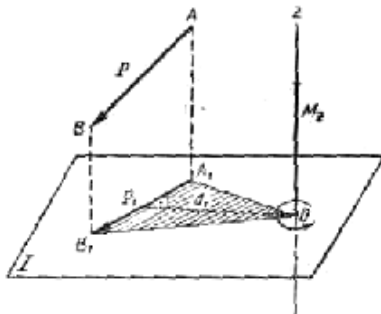


Рис. 1.8. Момент силы относительно оси

Момент силы относительно оси равен нулю в двух случаях:

1) если $P_1 = 0$, т.е. линия действия силы параллельна оси;

2) если $d_1 = 0$, т. е. линия действия силы пересекает ось. Отсюда следует: *если сила и ось лежат в одной плоскости, то момент силы относительно этой оси равен нулю.*

Система двух равных по модулю, параллельных и противоположно направленных сил P и P' называется *парой сил*. Плоскость, в которой находятся линии действия сил P и P' называется *плоскостью действия пары сил* (рис. 1.9).

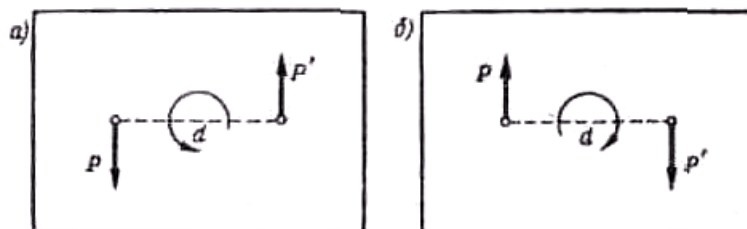


Рис. 1.9. Пара сил

Пара сил не имеет равнодействующей, однако силы пары не уравновешиваются, так как они не направлены по одной прямой. Пара сил стремится произвести вращение твердого тела, к которому она приложена. Пара сил, не имея равнодействующей, очевидно, не может быть уравновешена силой. Кратчайшее расстояние d между линиями действия сил, составляющих пару, называется *плечом пары сил*.

Действие пары сил на твердое тело характеризуется ее моментом. *Момент пары сил определяется произведением модуля одной из сил пары на ее плечо:*

$$M = Pd \quad (1.6)$$

Если силы выражать в *ньютон*ах, а плечо – в *метрах*, то момент пары сил будет выражаться в *ньютон-метрах* (Н·м).

Момент пары сил изображают вектором. *Вектор момента M пары $P P'$ направляют перпендикулярно плоскости действия пары сил в такую сторону, чтобы, смотря навстречу этому вектору, видеть пару сил стремящейся вращать плоскость ее действия в сторону, обратную вращению часовой стрелки* (рис. 1.10).

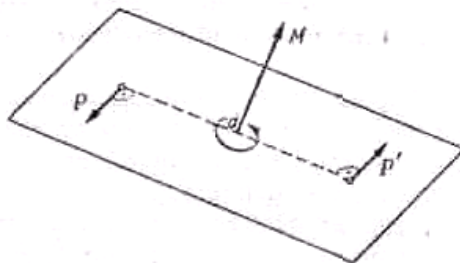


Рис. 1.10. Вектор момента пары сил

Вместо вектора момента каждой пары сил, перпендикулярного плоскости чертежа, указывают только направление, в котором пара сил стремится вращать эту плоскость.

В этом случае момент пары сил определяют произведением модуля сил на плечо пары сил, взятым со знаком плюс или минус, т.е. момент пары сил рассматривают как алгебраическую величину:

$$M = \pm Pd \quad (1.7)$$

Момент пары сил считают положительным, если пара сил стремится вращать плоскость чертежа в сторону, противоположную вращению часовой стрелки (рис. 1.9), и отрицательным — в сторону вращения часовой стрелки.

Связи. Реакции связей

Задаваемые силы выражают действие на твердое тело других тел, вызывающих или способных вызвать изменение его кинематического состояния.

Реакцией связи называется сила или система сил, выражающая механическое действие связи на тело.

Одним из основных положений механики является принцип освобождения твердых тел от связей, согласно которому несвободное твердое тело можно рассматривать как свободное, на которое кроме задаваемых сил действуют реакции связей.

Пусть, например, на гладкой неподвижной горизонтальной плоскости покоится шар (рис. 1.11). Плоскость, ограничивая движение шара, является для него связью.

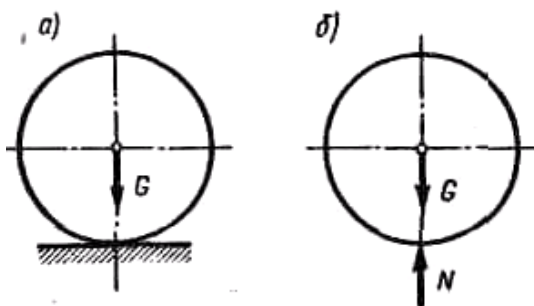


Рис. 1.11. Принцип освобождения от связи

Если мысленно освободить шар от связи (рис. 1.11), то для удержания его в покое к нему в точке касания с плоскостью нужно приложить силу N , равную весу шара G по модулю и противоположную ему по направлению. Сила N и будет реакцией плоскости. Тогда шар, освобожденный от связи, будет свободным телом, на которое действуют задаваемая сила G и реакция плоскости N .

Гладкая плоскость не противодействует перемещению тела вдоль плоскости под действием задаваемых сил (рис. 1.12, а), но не допускает его перемещения в направлении, перпендикулярном плоскости. Поэтому действие плоскости на тело выражается нормальной реакцией (рис. 1.12, б). Реакция гладкой плоскости направлена перпендикулярно плоскости.

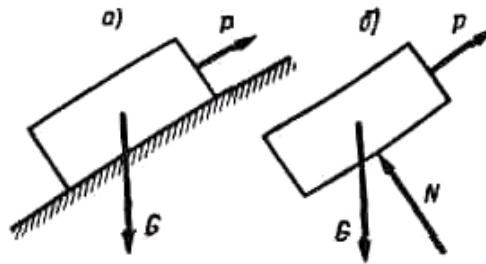


Рис. 1.12. Связь – гладкая поверхность

Если к концу B нити AB , прикрепленной в точке A , подвесить груз весом G (рис. 1.13, а), то реакция S нити будет приложена к грузу в точке B , равна по модулю его весу S и направлена вертикально вверх (рис. 1.13, б). Реакция нити направлена вдоль нити.

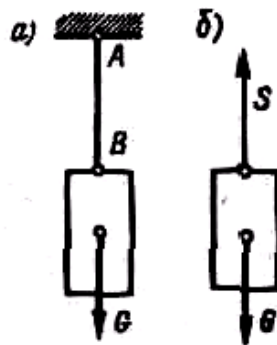


Рис. 1.13. Связь – тонкий стержень

Пусть балка весом G в точке B опирается на гладкую поверхность, а в точках A и D – на гладкие горизонтальную и вертикальную плоскости (рис. 1.14). Тогда реакции опорной поверхности и опорных плоскостей будут иметь указанные на рис. 1.14 направления.

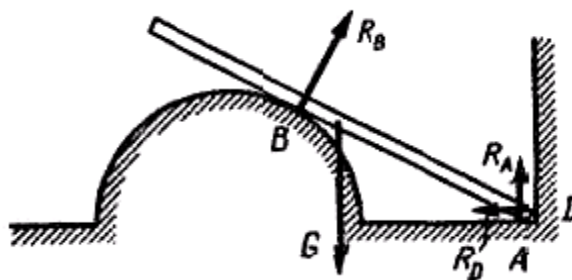


Рис. 1.14. Реакции связей балки

Для определения каждой реакции нужно знать три ее элемента: модуль, направление и точку приложения. Точка приложения реакции, как правило, бывает известна. Направление же реакций известно лишь для некоторых типов связей.

Если существуют два взаимно перпендикулярных направления на плоскости, в одном из которых связь препятствует перемещению тела, а в другом – нет, то направление ее реакции противоположно первому направлению.

Рассмотрим два основных типа опор балок и их реакции.

На рис. 1.15 изображена шарнирно-неподвижная опора, которая препятствует любому поступательному движению балки, но дает ей возможность свободно поворачиваться вокруг оси шарнира. По своей конструкции такая шарнирная опора состоит из двух обойм, из которых одна закреплена на балке, а другая – на неподвижной поверхности. Эти обоймы соединяются с помощью цилиндрического валика (показано среднее сечение конструкции). В зависимости от действующих сил валик может прижиматься к различным точкам обоймы. Реакция R шарнирно-неподвижной опоры проходит через центр шарнира O и точку соприкосновения A (рис. 1.16, а, б), но ее модуль и направление не известны.

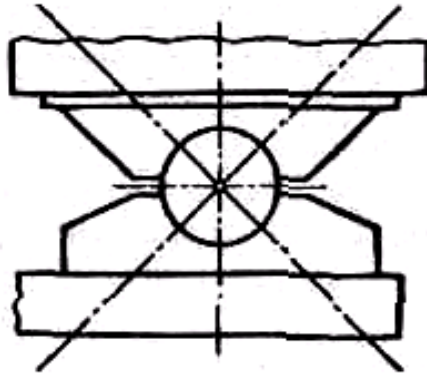


Рис. 1.15. Шарнирно-неподвижная опора

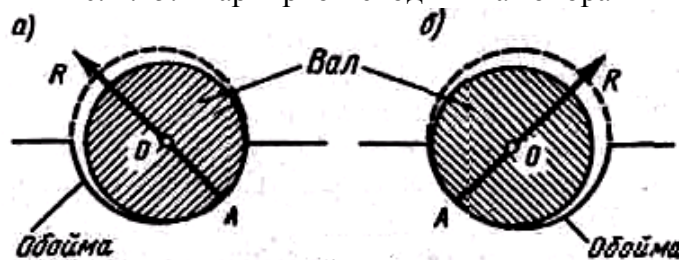


Рис. 1.16. Возможные направления реакций шарнирно-неподвижной опоры

Шарнирно-подвижная опора, нижняя обойма которой поставлена на катки, не препятствует перемещению балки параллельно опорной плоскости (рис. 1.17). Если не учитывать трения катков, то линию действия реакции такой опоры следует считать проходящей через центр шарнира перпендикулярно опорной плоскости. Таким образом, не известен лишь модуль этой реакции.

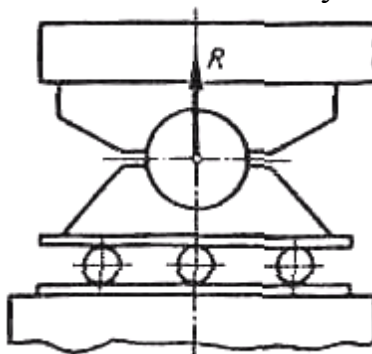


Рис. 1.17. Шарнирно-подвижная опора

Пусть в какой-нибудь конструкции связью является *стержень*, закрепленный на концах шарнирами (рис. 1.18). Примем, что весом стержня по сравнению с воспринимаемой им нагрузкой можно пренебречь. Тогда на стержень будут действовать только две силы, приложенные в шарнирах A и B .

Вообще эти силы могут быть направлены произвольно. Но если стержень AB находится в равновесии, то по аксиоме 1 приложенные в точках A и B силы должны быть направлены вдоль одной прямой, т. е. вдоль оси стержня. Следовательно, нагруженный на концах стержень, *весом которого по сравнению с этими нагрузками можно пренебречь*, работает только на растяжение или на сжатие. Если такой стержень является связью, то *реакция N стержня будет направлена вдоль оси стержня*.

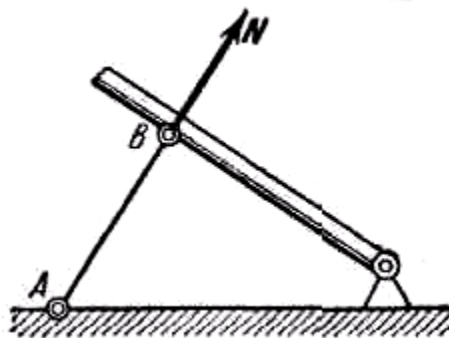


Рис. 1.18. Реакция в тонком стержне AB

Аксиома связей. Равновесие несвободных тел изучается в статике на основании следующей аксиомы: *всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их действие реакциями этих связей*.

Определение реакций связей имеет то практическое значение, что, зная их, мы будем знать и силы давления на связи, т. е. те исходные данные, которые необходимы для расчета прочности соответствующих частей конструкции.

Аналитические условия равновесия произвольной системы сил

Необходимые и достаточные условия равновесия любой системы сил даются равенствами $R=0$, $M_o=0$. Найдем вытекающие отсюда аналитические условия равновесия плоской системы сил. Их можно получить в трех различных формах.

1. Основная форма условий равновесия. Так как вектор R равен нулю, когда равны нулю его проекции $R_x=0$ и $R_y=0$, то для равновесия должны выполняться равенства $R_x=0$, $R_y=0$ и $M_o=0$, где в данном случае M_o - алгебраический момент, а O - любая точка в плоскости действия сил.

$$\sum F_{kx} = 0, \sum F_{ky} = 0, \sum M_o(F_k) = 0. \quad (1.8)$$

Формулы выражают следующие аналитические условия равновесия: *для равновесия произвольной плоской системы, сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух координатных осей и сумма их моментов относительно любого центра, лежащего в плоскости действия сил, были равны нулю*. Одновременно равенства (2.11) выражают условия равновесия твердого тела, находящегося под действием плоской системы сил.

2. Вторая форма условий равновесия: *для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы моментов всех этих сил относительно каких-нибудь двух центров A и B и сумма их проекций на ось Ox , не перпендикулярную прямой AB , были равны нулю*:

$$\sum M_A(F_k)=0, \sum M_B(F_k)=0, \sum F_{kx}=0 \quad (1.9)$$

3. Третья форма условий равновесия (уравнения трех моментов): для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы моментов всех этих сил относительно любых трех центров А, В, и С, не лежащих на одной прямой, были равны нулю:

$$\sum M_A(F_k)=0, \sum M_B(F_k)=0, \sum M_C(F_k)=0 \quad (1.10)$$

2. Кинематика точки и твердого тела

Предмет кинематики

Кинематикой называется раздел механики, в котором изучается, движение материальных тел в пространстве с геометрической точки зрения, вне связи с силами, определяющими это движение.

Слово «кинематика» происходит от греческого слова «кинема», что значит движение.

В теоретической механике изучается простейшая форма движения - механическое движение, т. е. происходящее во времени изменение положения одного тела относительно другого, с которым связана система координат, называемая *системой отсчета*. Систему отсчета можно связать с любым телом. Эта система может быть как движущейся, так и условно неподвижной.

При изучении движений на Земле за условно неподвижную систему отсчета обычно принимают систему осей, неизменно связанных с Землей.

Тело, положение которого по отношению к выбранной системе отсчета не изменяется, находится в состоянии относительного покоя (по отношению к этой системе).

Пространство в механике рассматривается как трехмерное евклидово пространство, и все измерения в нем производятся на основании методов евклидовой геометрии. За единицу длины при измерении расстояний принимается метр.

Время в классической механике предполагается универсальным, т. е. одинаковым во всех системах отсчета и не зависящим от движения одной системы относительно другой. Оно рассматривается как непрерывно изменяющаяся величина. За единицу времени принимается секунда, равная $\frac{1}{(24 \cdot 3600)}$ средних солнечных суток. Все кинематические величины, характеризующие движение твердого тела и движение отдельной его точки (расстояния, скорости, ускорения и т.д.), рассматриваются как функции времени.

Хотя евклидово пространство и универсальное время отражают реальные свойства пространства и времени лишь приближенно, тем не менее, они позволяют с достаточной для практики точностью изучать движения, скорости которых далеки от скорости света.

Представления древнего мира о движении ограничивались равномерным движением и его скоростью как отношением пути, пройденного телом, ко времени, в течение которого пройден этот путь.

Понятие ускорения введено *Галилеем* (1564-1642) и обобщено для случая криволинейного движения голландским физиком *Гюйгенсом* (1629-1695). Гюйгенс первый применил разложение ускорения на касательную и нормальную составляющие.

Развитие кинематики в XVIII в. связано с работами *Леопарда Эйлера* (1707-1783). Эйлер заложил основы кинематики твердого тела, создал аналитические методы решения задач механики.

Быстрое развитие техники в начале XIX в., в частности машиностроения, потребовало специального исследования геометрических свойств движения тел. Кинематика выделилась в самостоятельный раздел, причем особое значение приобрела кинематика механизмов.

Крупные исследования в области кинематики механизмов и машин принадлежат французским ученым *Понселе* (1788-1876), *Шалю* (1793-1880), *Кориолису* (1792-1843) и русским ученым: основоположнику русской школы теории механизмов и машин акад. *П. Л. Чебышеву* (1821-1894), профессорам *Д. В. Ассуру* (1878-1920), *Н. И. Мерцалову* (1866-1948), *Л. П. Котельникову* (1865-1955) и др.

Все кинематические характеристики движения твердого тела или отдельных его точек одинаковы для «материальных» и «геометрических» точек, поэтому ниже употребляется термин «точка» без пояснения, «материальная» она или «геометрическая».

Скорость и ускорение точки

Скорость – это векторная величина, характеризующая быстроту и направление движения точки в данной системе отсчета.

Если точка за равные промежутки времени проходит равные отрезки пути, то ее движение называется равномерным.

Скорость равномерного движения измеряется отношением пути, пройденного точкой за некоторый промежуток времени, к величине этого промежутка времени

$$V = \frac{S}{t} \quad (2.1)$$

Если же точка за равные промежутки времени проходит неравные пути, то ее движение называется неравномерным.

Из этого определения ясно, что скорость неравномерного движения есть величина переменная и является функцией времени:

$$V = f(t) \quad (2.2)$$

Часто бывает необходимо определить *среднюю скорость неравномерного движения за некоторый промежуток времени, т. е. скорость такого равномерного движения, при котором точка проходит за определенный промежуток времени такой же путь, как и при неравномерном движении.*

Пусть S - путь, проходимый точкой при неравномерном движении, и t - время, за которое точка проходит этот путь. Средняя скорость определится по формуле

$$V_{cp} = \frac{S}{t} \quad (2.3)$$

Рассмотрим точку A , которая перемещается по заданной траектории по некоторому закону $S = f(t)$ (рис 2.1).

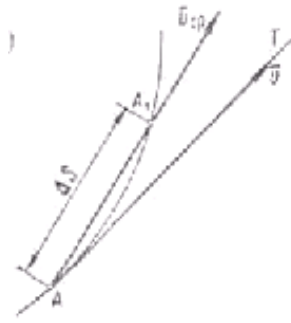


Рис. 2.1. Траектория движения точки

За промежуток времени Δt точка A переместится в положение A_1 , по дуге AA_1 . Если промежуток времени Δt мал, то дугу AA_1 можно заменить её хордой и найти в первом приближении величину средней скорости движения точки

$$V_{cp} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad (2.4)$$

Эта скорость направлена по хорде от точки A к точке A_1 . Мгновенную скорость найдем путем перехода к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$:

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}. \quad (2.5)$$

Когда $\Delta t \rightarrow 0$, направление хорды в пределе совпадает с направлением касательной к траектории в точке A .

Итак, *величина скорости точки определяется как предел отношения приращения пути к соответствующему промежутку времени при стремлении последнего к нулю, а направление ее совпадает с касательной к траектории в данной точке.*

В общем случае при движении по криволинейной траектории скорость точки изменяется и по направлению, и по величине. *Изменение скорости в единицу времени определяется ускорением.*

Пусть точка A движется по какой-то криволинейной траектории и за время Δt перешла из положения A в положение A_1 . Путь, пройденный точкой, представляет дугу AA_1 , ее длину обозначим ΔS (рис. 2.2).

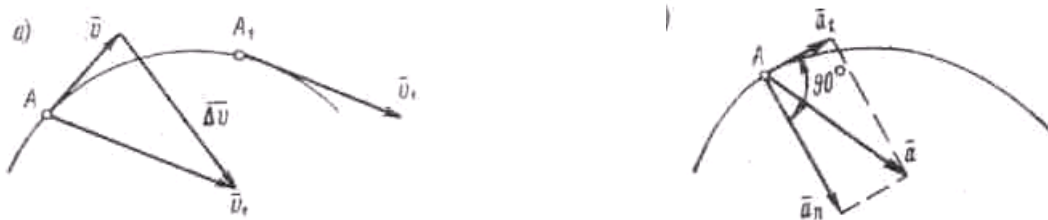


Рис. 2.2. Вектора скоростей и ускорений движущейся точки

В положении A точка имела скорость \vec{V} , в положении A_1 - скорость \vec{V}_1 . Геометрическую разность скоростей найдем, построив из точки A вектор \vec{V}_1 . Приращение скорости изображается вектором ΔV .

Среднее значение ускорения, характеризующего отмеченное изменение скорости, можно найти, поделив вектор приращения скорости ΔV на соответствующее время движения Δt

$$a_{cp} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (2.6)$$

Переходя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$ получим истинное ускорение точки

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta t}. \quad (2.7)$$

Найденное ускорение характеризует изменение скорости и по величине, и по направлению. Для удобства его раскладывают на взаимно перпендикулярные составляющие по касательной и нормали к траектории движения (рис. 1.2):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \quad (2.8)$$

Касательная составляющая \vec{a}_τ совпадает по направлению со скоростью или противоположна ей. Она характеризует изменение величины скорости и соответственно определяется по формуле

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (2.9)$$

Нормальная составляющая \vec{a}_n перпендикулярна к направлению скорости точки. Она не может влиять на величину скорости, но зато определяет изменение её направления. Нормальное ускорение определяется по формуле

$$a_n = \frac{V^2}{r}, \quad (2.10)$$

где r - радиус кривизны траектории в рассматриваемой точке.

Поскольку составляющие \vec{a}_τ и \vec{a}_n взаимно перпендикулярны, полное ускорение может быть найдено по теореме Пифагора

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \quad (2.11)$$

Способы задания движения точки

Естественный способ задания движения точки, применяемый в случае, когда траектория точки заранее известна. Траекторией может быть как прямая, так и кривая линия (рис. 2.3).

Выберем на траектории неподвижную точку O , которую назовем началом отсчета дуговой координаты. Положение движущейся точки M на траектории будем определять дуговой координатой, т. е. расстоянием $OM = S$ отложенным по траектории от начала отсчета O .

Расстояния, отложенные в одну сторону от точки O , будем считать положительными, а в противоположную - отрицательными, т. е. установим направление отсчета дуговой координаты.

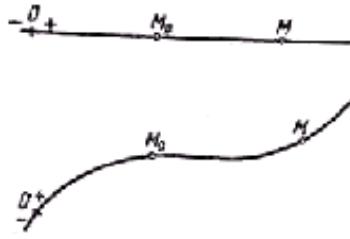


Рис. 2.3. Естественное движение точки

При движении точки M расстояние S от этой точки до неподвижной точки O изменяется с течением времени, т. е. *дуговая координата S является функцией времени: $S = f(t)$.*

Эта зависимость называется *уравнением движения точки*. Если вид функции $f(t)$ известен, то для каждого значения t можно найти значение S , отложить соответствующее расстояние по траектории и указать, где находится движущаяся точка M в этот момент времени.

Таким образом, *движение точки определено, если известны следующие элементы: траектория точки, начало и направление отсчета дуговой координаты и уравнение движения $S = f(t)$.*

Дуговую координату точки не следует смешивать с длиной пути σ , пройденного движущейся точкой. Дуговая координата S точки M в некоторый момент времени t может быть равна пути σ , пройденному точкой за промежуток времени $[0, t]$, только в том случае, если движение точки начинается из точки O и совершается в положительном направлении.

Если в начальный момент времени t_0 точка занимала положение M_0 , а в момент времени t занимает положение M (рис. 2.3), то пройденный ею путь за промежуток $[0, t]$ при движении точки в одном направлении определяется по формуле:

$$\sigma = |M_0 M| = |OM - OM_0| = |S - S_0| \quad (2.12)$$

Изменение дуговой координаты S за элементарный промежуток времени dt равно дифференциалу дуги: $ds = f'(t)dt$; при движении точки в сторону возрастания дуг $ds > 0$; при движении точки в противоположную сторону $ds < 0$.

Приращение пути $d\sigma$ (элементарное перемещение точки) всегда положительно, т.е. $d\sigma = |dS| = |f'(t)|dt$.

Путь, пройденный точкой за некоторый промежуток времени $[0, t]$, определяется как предел суммы элементарных перемещений точки этот промежуток времени:

$$\sigma_{0t} = \int_0^t |f'(t)|dt \quad (2.13)$$

Дуговая координата S и путь σ выражаются в метрах.

Координатный способ задания движения точки. Положение точки M в системе отсчета $Oxyz$ определяется тремя декартовыми координатами x, y, z (рис. 2.4).

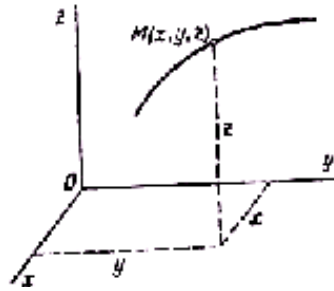


Рис. 2.4. Координаты точки

При движении точки M её координаты изменяются с течением времени. Следовательно, координаты x, y, z движущейся точки M являются функциями времени t :

$$x = f_1(t); y = f_2(t); z = f_3(t) \quad (2.14)$$

Эти уравнения называются *уравнениями движения точки в декартовых координатах*. Уравнениями определяется движение точки.

Действительно, имея эти уравнения, можно для каждого момента времени t найти соответствующие координаты x, y, z и по ним определить положение точки в пространстве в этот момент времени.

Движение точки M в одной плоскости определяется двумя уравнениями движения $x = f_1(t); y = f_2(t)$.

Прямолинейное движение точки M определяется одним уравнением движения: $x = f(t)$.

В этом случае координатный способ задания движения точки сводится к естественному.

Уравнения движения, определяющие координаты точки в любой момент времени, можно рассматривать как *параметрические уравнения траектории точки*. При исключении параметра t из уравнений движения получаются *уравнения траектории точки в координатной форме*.

Пусть уравнения движения точки M имеют вид:

$$x = f_1(t); y = f_2(t); z = f_3(t). \quad (2.15)$$

Решив первое уравнение относительно t , получим $t = \varphi(x)$.

Подставив полученное для t выражение в два других уравнения, найдем уравнения траектории точки в координатной форме:

$$y = f_2[\varphi(x)]; z = f_3[\varphi(x)]. \quad (2.16)$$

Как известно из аналитической геометрии, линии в пространстве соответствуют два уравнения с тремя координатами.

Пусть движение точки M в плоскости задано уравнениями:

$$x = f_1(t); y = f_2(t). \quad (2.17)$$

Исключив параметр t , получим уравнение траектории точки в координатной форме:

$$y = f_2[\varphi(x)]. \quad (2.18)$$

Помимо декартовых координат для определения положения точки на плоскости и в пространстве применяют и другие системы координат (полярные, цилиндрические, сферические и др.)

Векторный способ задания движения точки. Положение точки в пространстве однозначно определяется заданием радиуса-вектора \vec{r} , проведенного из некоторого неподвижного центра O в данную точку M (рис. 2.5).

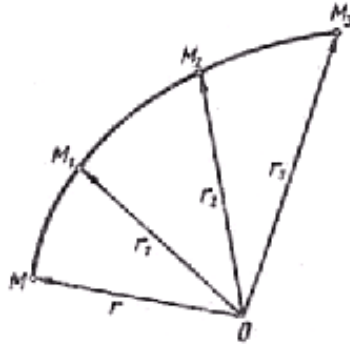


Рис. 2.5. Радиус-векторы движущейся точки

Для определения движения точки нужно знать, как изменяется с течением времени радиус-вектор \vec{r} , т. е. должна быть задана вектор-функция \vec{r} аргумента t : $\vec{r} = \vec{r}(t)$.

Траектория точки является геометрическим местом концов радиуса-вектора \vec{r} движущейся точки.

Линия, образованная концами переменного вектора, начало которого находится в определенной точке пространства, называется *годографом этого вектора*. Следовательно, *траектория точки M является годографом ее радиуса-вектора \vec{r} .*

Векторный способ определения движения материальной точки или системы материальных точек широко используется и в кинематике, и в динамике, так как он значительно упрощает многие выводы и иногда подчеркивает физическую сущность явлений.

От векторных формул легко перейти к аналитическим выражениям, обычно более удобным для вычислений.

Поступательное и вращательное движение твердого тела

Поступательным движением твердого тела называется такое движение, при котором всякая прямая, неизменно связанная с этим телом, движется, оставаясь параллельной своему начальному положению.

Примерами поступательного движения тела могут служить: движение кузова автомашины, движущейся по прямолинейному пути, движение поршня двигателя и т. д. Неправильно, однако, думать, что при поступательном движении тела траектории его точек должны быть непременно прямыми линиями. Так, например, спарник AB (рис. 2.6), соединяющий кривошипы O_1A и O_2B двух осей O_1 и O_2 , совершает поступательное движение, хотя его точки по отношению к корпусу паровоза и будут двигаться по окружностям. В самом деле, при вращении кривошипов O_1A и O_2B вокруг их осей O_1 и O_2 положение спарника AB будет изменяться. Но при равенстве длин кривошипов и при длине спарника, равной расстоянию между осями O_1O_2 , четырехугольник O_1ABO_2 будет всегда оставаться

параллелограммом, следовательно, спарник AB всегда параллелен основанию O_1O_2 т.е. он движется, оставаясь параллельным своему начальному положению. В то же время точки A и B спарника, а следовательно, и все остальные его точки по отношению к корпусу паровоза движутся по окружностям, радиус которых равен длине кривошипа.

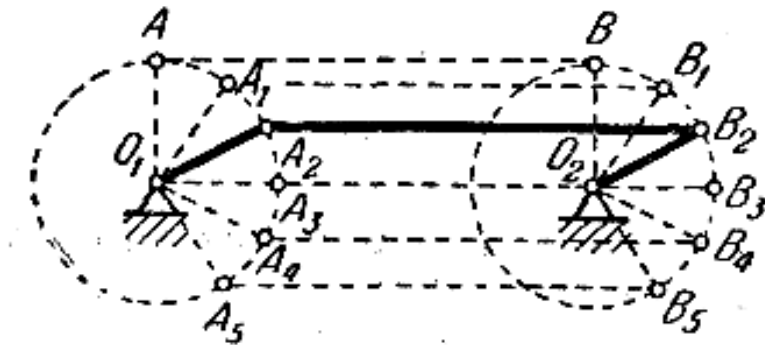


Рис. 2.6. Движение точки в рычажном механизме

Траекториями точек тела при его поступательном движении, могут быть какие угодно кривые. Термин «поступательное движение» применим только к движению тела, но не к движению одной точки. Понятие «движется, оставаясь параллельной своему начальному положению» никак не применимо к точке, не имеющей размеров.

Вращательным движением называется такое движение твердого тела, при котором все его точки, лежащие на некоторой прямой, называемой осью вращения, остаются неподвижными.

Для того чтобы осуществить вращательное движение тела, достаточно закрепить неподвижно две какие-нибудь его точки, например, при помощи подшипника A и подпятника B (рис. 2.7), тогда прямая, проходящая через эти две точки, будет осью вращения тела.

При вращательном движении тела различные его точки движутся по-разному. Однако и для вращательного движения можно отыскать такие кинематические характеристики, которые были бы общими для всех точек тела.

Пусть какое-нибудь твердое тело (рис. 2.7 в виде цилиндра) вращается вокруг неподвижной оси z . Проведем через ось вращения z неподвижную полуплоскость P и полуплоскость Q , неизменно связанную с вращающимся телом.

Угол φ между неподвижной полуплоскостью, проходящей через ось вращения, и полуплоскостью, неизменно связанной с вращающимся телом и также проходящей через ось вращения, называется углом поворота или угловым перемещением данного тела.

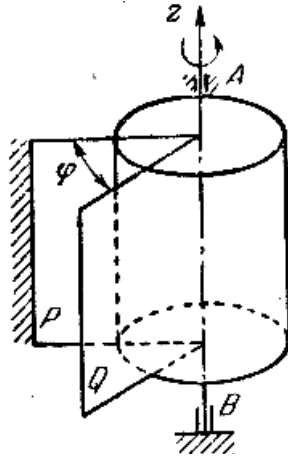


Рис. 2.7. Вращение тела вокруг неподвижной оси

Установим на оси вращения z положительное направление и условимся считать угол поворота тела положительным, когда он отсчитывается от неподвижной плоскости P в сторону, противоположную ходу часовой стрелки, если смотреть на него с положительного конца оси вращения. Заданием величины и знака угла поворота вполне определяется положение полуплоскости Q и неизменно связанного с ней вращающегося тела.

При вращении тела вокруг оси z угол поворота тела изменяется с течением времени, следовательно, он является некоторой функцией времени

$$\varphi = f(t) \quad (2.19)$$

Уравнение (2.19), устанавливающее зависимость между углом поворота тела и временем его движения, называется уравнением вращательного движения тела.

Угол поворота в механике обычно измеряют в отвлеченных единицах, т. е. в радианах. Иногда в практических задачах угол поворота выражают числом оборотов N тела. Так как за один оборот тело поворачивается на угол в 2π радиан, то $\varphi = 2\pi N$.

Мера изменения угла поворота тела с течением времени называется его угловой скоростью.

Пусть в момент t положение тела определяется углом поворота φ , а в момент $t + \Delta t$ углом поворота $\varphi + \Delta\varphi$.

Отношение приращения $\Delta\varphi$ угла поворота тела за некоторый промежуток времени Δt к величине этого промежутка времени называется средней за данный промежуток времени угловой скоростью тела.

Обозначая среднюю угловую скорость тела через ω_{cp} , будем иметь:

$$\omega_{cp} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (2.20)$$

Очевидно, что угловая скорость и тела в данный момент равна пределу его средней угловой скорости за промежуток времени, начинающийся в этот момент, когда величина промежутка времени стремится к нулю:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \omega_{cp} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (2.21)$$

Угловая скорость тела в данный момент равна производной от угла поворота тела по времени.

Значение угловой скорости тела может быть положительным или отрицательным в зависимости от того, в какую сторону вращается тело. Когда тело вращается против часовой стрелки, если смотреть с положительного конца оси вращения, то $\Delta\varphi > 0$, $\frac{d\varphi}{dt} > 0$ и угловая скорость ω положительна. Если тело вращается по часовой стрелке, то угловая скорость отрицательна. Следовательно, знак угловой скорости указывает, в какую сторону в данный момент вращается тело. Размерность угловой скорости рад/с или с^{-1} .

На практике часто угловую скорость тела выражают не в радианах в секунду, а в оборотах в минуту. При этом обычно угловую скорость, выраженную числом оборотов в минуту, обозначают буквой n . Нетрудно найти зависимость между ω и n . Так как один оборот тела соответствует его повороту на угол в 2π радиан, то

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30} \text{ рад/с.} \quad (2.22)$$

Нужно помнить, что в формуле (1.26) всегда ω выражается в рад/сек , n - в об/мин .

Если тело вращается неравномерно, то его угловая скорость ω изменяется с течением времени и является, следовательно, также некоторой функцией времени $\omega = f'(t)$.

Величина, характеризующая изменение угловой скорости тела с течением времени, называется его угловым ускорением.

Пусть в момент времени t тело имело угловую скорость ω , а в момент $t + \Delta t$ - угловую скорость $\omega + \Delta\omega$.

Отношение приращения $\Delta\omega$ угловой скорости тела за промежуток времени Δt к этому промежутку времени называется средним угловым ускорением тела за этот промежуток времени Δt .

Обозначая среднее угловое ускорение тела через ε_{cp} , будем иметь:

$$\varepsilon_{cp} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (2.23)$$

При $\Delta t \rightarrow 0$ среднее угловое ускорение приближается к пределу, называемому мгновенным угловым ускорением тела.

Обозначая угловое ускорение тела в данный момент буквой ε , будем иметь:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \varepsilon_{cp} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad (2.24)$$

Угловое ускорение тела в данный момент равно первой производной от угловой скорости тела по времени или второй производной от угла его поворота по времени:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (2.25)$$

3. Структурный и кинематический анализ плоских механизмов

Связь курса ТММ с общеобразовательными, общинженерными и специальными дисциплинами.

Лекционный курс ТММ базируется на знаниях полученных студентом на младших курсах при изучении физики, высшей и прикладной математики, теоретической механики, инженерной графики и вычислительной техники. Знания, навыки и умение приобретенные студентом при изучении ТММ служат базой для курсов детали машин, подъемно-транспортные машины, системы автоматизированного проектирования, проектирование специальных машин и основы научных исследований.

Инженерное проектирование - это процесс, в котором научная и техническая информация используется для создания новой системы, устройства или машины, приносящих обществу определенную пользу.

Проектирование (по ГОСТ 22487-77) - это процесс составления описания, необходимого для создания еще несуществующего объекта (алгоритма его функционирования или алгоритма процесса), путем преобразования первичного описания, оптимизации заданных характеристик объекта (или алгоритма его функционирования), устранения некорректности первичного описания и последовательного представления (при необходимости) описаний на различных языках.

Проект (от латинского *projectus* - брошенный вперед) - совокупность документов и описаний на различных языках (графическом - чертежи, схемы, диаграммы и графики; математическом - формулы и расчеты; инженерных терминов и понятий - тексты описаний, пояснительные записки), необходимая для создания какого-либо сооружения или изделия.

Звено – твердое тело, входящее в состав механизма, простейший элемент механизма.

Соединение двух соприкасающихся звеньев, обеспечивающее возможное движение одного относительно другого называют кинематической парой.

Классификация кинематических пар.

Кинематические пары (КП) классифицируются по следующим признакам:

1. по виду места контакта (места связи) поверхностей звеньев:
 - низшие, в которых контакт звеньев осуществляется по плоскости или поверхности (пары скольжения);
 - высшие, в которых контакт звеньев осуществляется по линиям или точкам (пары, допускающие скольжение с перекатыванием).
2. по относительному движению звеньев, образующих пару:
 - вращательные;
 - поступательные;
 - винтовые;
 - плоские;
 - сферические.

3. по способу замыкания (обеспечения контакта звеньев пары):

- силовое (за счет действия сил веса или силы упругости пружины);
- геометрическое (за счет конструкции рабочих поверхностей пары).

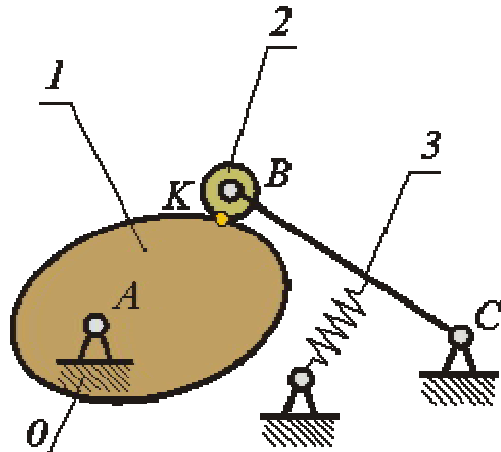


Рис. 3.1

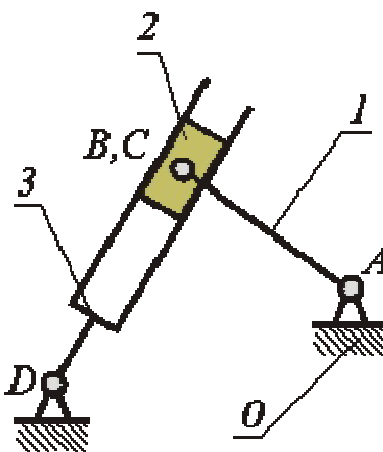


Рис. 3.2

4. по числу условий связи, накладываемых на относительное движение звеньев (число условий связи определяет класс кинематической пары);

5. по числу подвижностей в относительном движении звеньев.

движение в КП запрещено (т.е. на данное относительное движение наложена связь).

Несколько звеньев, соединенных кинематическими парами называют кинематической цепью.

Кинематические цепи бывают плоские и пространственные, простые и сложные, открытые и замкнутые.

Предмет кинематики. Понятие об абсолютно твердом теле.

Кинематикой называется раздел механики, в котором изучается, движение материальных тел в пространстве с геометрической точки зрения, вне связи с силами, определяющими это движение.

Слово «кинематика» происходит от греческого слова «кинема» что значит движение.

В теоретической механике изучается простейшая форма движения - механическое движение, т. е. происходящее во времени изменение положения одного тела относительно другого, с которым связана, система координат, называемая *системой отсчета*. Систему отсчета можно связать с любым телом. Эта система может быть, как движущейся, так и условно неподвижной.

При изучении движений на Земле за условно неподвижную систему отсчета обычно принимают систему осей, неизменно связанных с Землей.

Тело, положение которого по отношению к выбранной системе отсчета не изменяется, находится в состоянии относительного покоя (по отношению к этой системе).

Пространство в механике рассматривается как трехмерное евклидово пространство, и все измерения в нем производятся на основании методов

евклидовой геометрии. За единицу длины при измерении расстояний принимается метр.

Время в классической механике предполагается универсальным, т. е. одинаковым во всех системах отсчета и не зависящим от движения одной системы относительно другой. Оно рассматривается как непрерывно изменяющаяся величина. За единицу времени принимается секунда, равная $\frac{1}{(24 \cdot 3600)}$ средних солнечных суток. Все кинематические величины, характеризующие движение твердого тела и движение отдельной его точки (расстояния, скорости, ускорения и т.д.), рассматриваются как функции времени.

Хотя евклидово пространство и универсальное время отражают реальные свойства пространства и времени лишь приближенно, тем не менее, они позволяют с достаточной для практики точностью изучать движения, скорости которых далеки от скорости света.

Представления древнего мира о движении ограничивались равномерным движением и его скоростью как отношением пути, пройденного телом, ко времени, в течение которого пройден этот путь.

Понятие ускорения введено *Галилеем* (1564-1642) и обобщено для случая криволинейного движения голландским физиком *Гюйгенсом* (1629-1695). Гюйгенс первый применил разложение ускорения на касательную и нормальную составляющие.

Развитие кинематики в XVIII в. связано с работами *Леонарда Эйлера* (1707-1783). Эйлер заложил основы кинематики твердого тела, создал аналитические методы решения задач механики.

Быстрое развитие техники в начале XIX в., в частности машиностроения, потребовало специального исследования геометрических свойств движения тел. Кинематика выделилась в самостоятельный раздел, причем особое значение приобрела кинематика механизмов.

Крупные исследования в области кинематики механизмов и машин принадлежат французским ученым *Понселе* (1788-1876), *Шалю* (1793-1880), *Кориолису* (1792-1843) и русским ученым: основоположнику русской школы теории механизмов и машин акад. *П. Л. Чебышеву* (1821-1894), профессорам *Д. В. Ассуру* (1878-1920), *Н. И. Мерцалову* (1866-1948), *Л. П. Котельникову* (1865-1955) и др.

Все кинематические характеристики движения твердого тела или отдельных его точек одинаковы для «материальных» и «геометрических» точек, поэтому ниже употребляется термин «точка» без пояснения, «материальная» она или «геометрическая».

В теоретической механике часто рассматриваются тела, расстояния между любыми точками которых остаются неизменными. Такие тела называются *абсолютно твердыми*.

Основные виды механизмов.

Механизмы классифицируются по следующим признакам:

1. По области применения и функциональному назначению:
 - механизмы летательных аппаратов;
 - механизмы станков;
 - механизмы кузнечных машин и прессов;
 - механизмы двигателей внутреннего сгорания;
 - механизмы промышленных роботов (манипуляторы);
 - механизмы компрессоров;
 - механизмы насосов и т.д.
2. по виду передаточной функции на механизмы:
 - с постоянной передаточной функцией;
 - с переменной передаточной функцией:
 - с нерегулируемой (синусные, тангенсные);
 - с регулируемой:
 - со ступенчатым регулированием (коробки передач);
 - с бесступенчатым регулированием (вариаторы).
3. по виду преобразования движения на механизмы преобразующие :
 - вращательное во вращательное:
 - редукторы $\omega_{вх} > \omega_{вых}$;
 - мультипликаторы $\omega_{вх} < \omega_{вых}$;
 - муфты $\omega_{вх} = \omega_{вых}$;
 - вращательное в поступательное;
 - поступательное во вращательное;
 - поступательное в поступательное.
4. по движению и расположению звеньев в пространстве:
 - пространственные;
 - плоские;
 - сферические.

Все механизмы являются пространственными механизмами, часть механизмов, звенья которых совершают движение в плоскостях параллельных одной плоскости, являются одновременно и плоскими, другая часть механизмов, звенья которых движутся по сферическим поверхностям эквидистантным какой-либо одной сфере, являются одновременно и сферическими.

5. по изменяемости структуры механизма на механизмы:
 - с неизменяемой структурой;
 - с изменяемой структурой.

В процессе работы кривошипно-ползунного механизма насоса его структурная схема все время остается неизменной. В механизмах манипуляторов в процессе работы структурная схема механизма может изменяться. Так если промышленный робот выполняет сборочные операции, например, вставляет цилиндрическую деталь в отверстие, то при транспортировке детали его манипулятор является механизмом с открытой или разомкнутой кинематической цепью. В тот момент когда деталь вставлена в отверстие, кинематическая цепь замыкается, структура механизма изменяется, подвижность уменьшается на число связей во вновь образованной кинематической паре деталь-стойка.

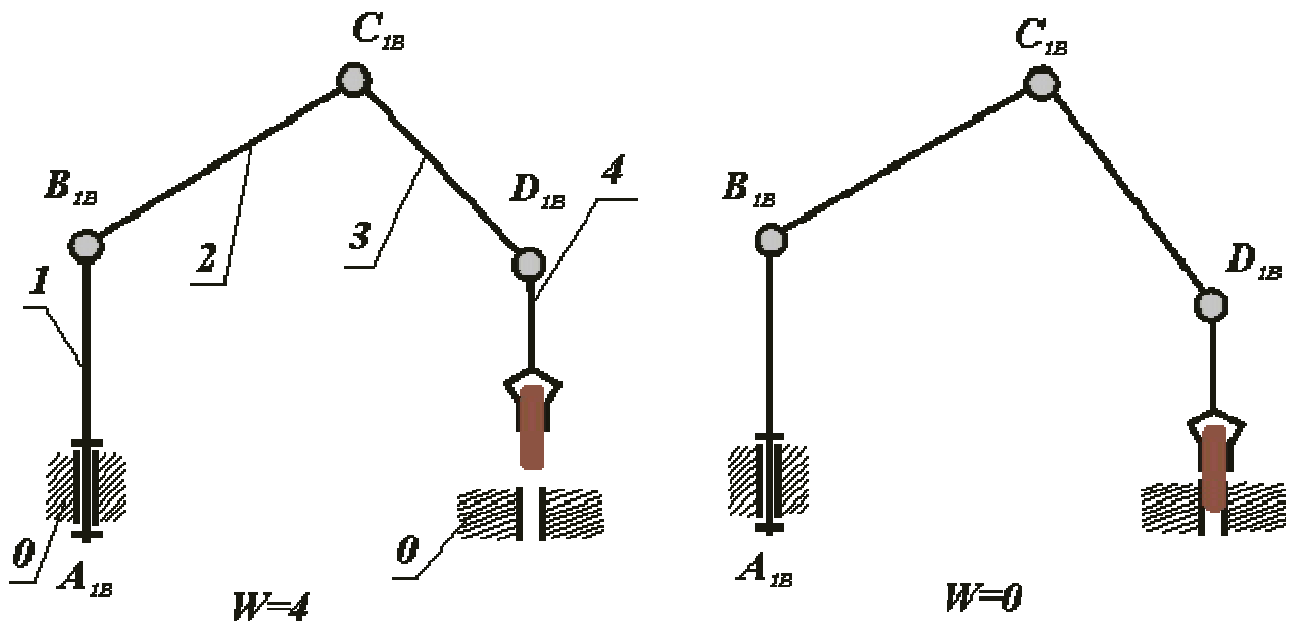


Рис.3.3

Структура манипулятора изменяется и тогда, когда в одной или нескольких кинематических парах включается тормоз. Тогда подвижное соединение двух звеньев заменяется неподвижным, два звена преобразуются в одно. На рис. 3.4 тормоз включен в паре С.

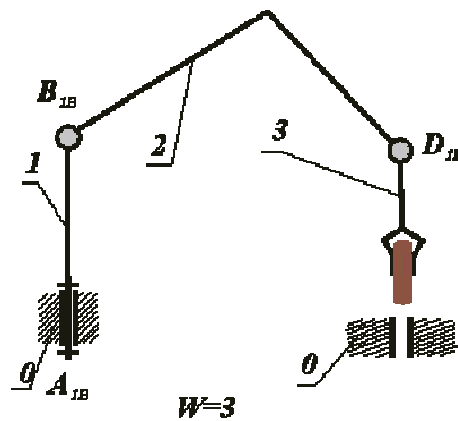


Рис. 3.4

6. по числу подвижностей механизма:

- с одной подвижностью $W=1$;
- с несколькими подвижностями $W>1$:
 - суммирующие (интегральные);
 - разделяющие (дифференциальные).
 -

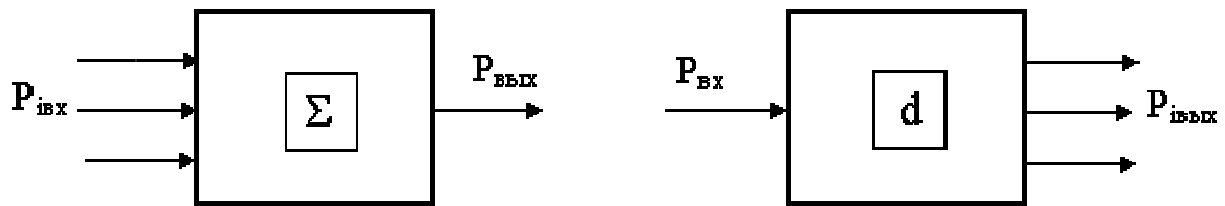


Рис. 3.5

7. по виду кинематических пар (КП):
 - с низшими КП (все КП механизма низшие);
 - с высшими КП (хотя бы одна КП высшая);
 - шарнирные (все КП механизма вращательные - шарниры).
8. по способу передачи и преобразования потока энергии:
 - фрикционные (сцепления);
 - зацеплением;
 - волновые (создание волновой деформации);
 - импульсные.
9. по форме, конструктивному исполнению и движению звеньев:
 - рычажные;
 - зубчатые;
 - кулачковые;
 - планетарные;
 - манипуляторы

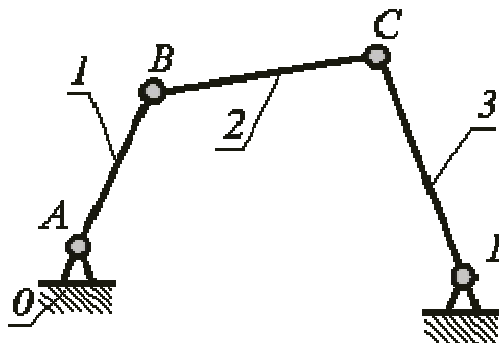


Рис. 3.6

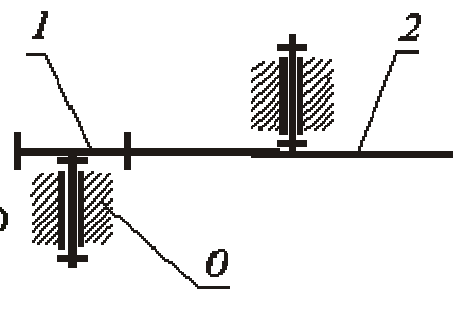


Рис. 3.7

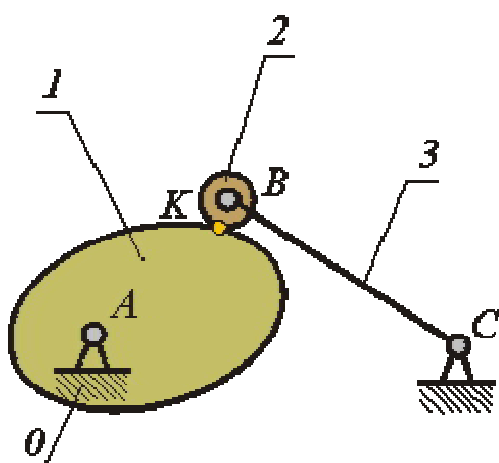


Рис. 3.8

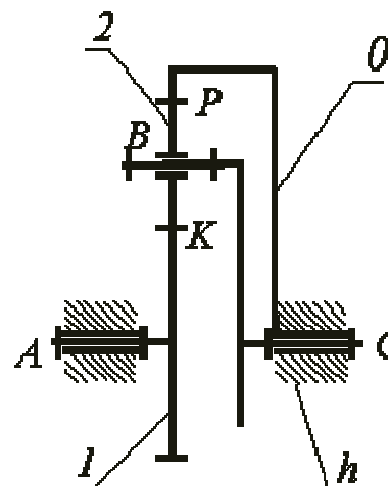


Рис. 3.9

Структурный анализ и синтез механизмов.

Структура любой технической системы определяется функционально связанной совокупностью элементов и отношений между ними. При этом для механизмов под элементами понимаются звенья, группы звеньев или типовые механизмы, а под отношениями подвижные (КП) или неподвижные соединения. Поэтому под структурой механизма понимается совокупность его элементов и отношений между ними, т.е. совокупность звеньев, групп или типовых механизмов и подвижных или неподвижных соединений. Геометрическая структура механизма полностью описывается заданием геометрической формы его элементов, их расположения, указания вида связей между ними. Структура механизма может быть на разных стадиях проектирования описываться различными средствами, с разным уровнем абстрагирования: на функциональном уровне - функциональная схема, на уровне звеньев и структурных групп - структурная схема и т.п. Структурная схема - графическое изображение механизма, выполненное с использованием условных обозначений рекомендованных ГОСТ (см. например ГОСТ 2.703-68) или принятых в специальной литературе, содержащее информацию о числе и расположении элементов (звеньев, групп), а также о виде и классе кинематических пар, соединяющих эти элементы. В отличие от кинематической схемы механизма, структурная схема не содержит информации о размерах звеньев и вычерчивается без соблюдения масштабов. (*Примечание:* кинематическая схема - графическая модель механизма, предназначенная для исследования его кинематики.)

Понятие о структурном синтезе и анализе.

Как на любом этапе проектирования при структурном синтезе различают задачи синтеза и задачи анализа.

Задачей структурного анализа является задача определения параметров структуры заданного механизма - числа звеньев и структурных групп, числа и вида КП, числа подвижностей (основных и местных), числа контуров и числа избыточных связей.

Задачей структурного синтеза является задача синтеза структуры нового механизма, обладающего заданными свойствами: числом подвижностей, отсутствием местных подвижностей и избыточных связей, минимумом числа звеньев, с парами определенного вида (например, только вращательными, как наиболее технологичными) и т.п.

Основные понятия структурного синтеза и анализа.

Подвижность механизма - число независимых обобщенных координат однозначно определяющее положение звеньев механизма на плоскости или в пространстве.

Связь - ограничение, наложенное на перемещение тела по данной координате.

Избыточные (пассивные) - такие связи в механизме, которые повторяют или дублируют связи, уже имеющиеся по данной координате, и поэтому не изменяющие реальной подвижности механизма. При этом расчетная подвижность

механизма уменьшается, а степень его статической неопределимости увеличивается. Иногда используется иное определение: Избыточные связи - это связи число которых в механизме определяется разностью между суммарным числом связей, наложенных кинематическими парами, и суммой степеней подвижности всех звеньев, местных подвижностей и заданной (требуемой) подвижностью механизма в целом.

Местные подвижности - подвижности механизма, которые не оказывают влияния на его функцию положения (и передаточные функции), а введены в механизм с другими целями (например, подвижность ролика в кулачковом механизме обеспечивает замену в высшей паре трения скольжения трением качения).

Основные структурные формулы.

Основные структурные формулы были составлены для плоских механизмов Чебышевым П.Л. и Грюблером М., для пространственных - Сомовым П.О. и Малышевым. Так как принципы заложенные в построение всех этих формул одинаковы, то их можно записать в обобщенном виде:

$$W = H \cdot n + \sum_{i=1}^{H-1} (H-i) \cdot p_i, \quad (3.1)$$

где: H - число степеней подвижности твердого тела (соответственно при рассмотрении механизма в пространстве $H=6$, на плоскости $H=3$);

n - число подвижных звеньев в механизме; $n = k - 1$;

k - общее число звеньев механизма (включая и неподвижное звено - стойку);

i - число подвижностей в КП;

p_i - число кинематических пар с i подвижностями.

Структурной группой Ассура (или группой нулевой подвижности) называется кинематическая цепь, образованная только подвижными звеньями механизма, подвижность которой (на плоскости и в пространстве) равна нулю ($W_{zp} = 0$).

Конечные звенья групп Ассура, входящие в две кинематические пары, из которых одна имеет свободный элемент звена, называются поводками. Группы могут быть различной степени сложности. Структурные группы Ассура делятся на классы в зависимости от числа звеньев, образующих группу, числа поводков в группе, числа замкнутых контуров внутри группы. В пределах класса (по Ассуру) группы подразделяются по числу поводков на порядки (порядок группы равен числу ее поводков). Механизмы классифицируются по степени сложности групп входящих в их состав. Класс и порядок механизма определяется классом и порядком наиболее сложной из входящих в него групп. Особенность структурных групп Ассура - их статическая определимость. Если группу Ассура свободными элементами звеньев присоединить к стойке, то образуется статически определимая ферма. Используя группы Ассура удобно проводить структурный, кинематический и силовой анализ механизмов.

4. Приводы механизмов

Электропривод механизмов.

Электрический привод (сокращённо *электропривод*) – это электромеханическая система для приведения в движение исполнительных механизмов рабочих машин и управления этим движением в целях осуществления технологического процесса.

Современный электропривод – это совокупность множества электромашин, аппаратов и систем управления ими. Он является основным потребителем электрической энергии (до 60 %) и главным источником механической энергии в промышленности.

Определение по ГОСТу Р 50369-92 электропривод - электромеханическая система, состоящая из преобразователей электроэнергии, электромеханических и механических преобразователей, управляющих и информационных устройств и устройств сопряжения с внешними электрическими, механическими, управляющими и информационными системами, предназначенная для приведения в движение исполнительных органов рабочей машины и управления этим движением в целях осуществления технологического процесса.

Как видно из определения, исполнительный орган в состав привода не входит. Однако, авторы авторитетных учебников включают исполнительный орган в состав электропривода. Это противоречие объясняется тем, что при проектировании электропривода необходимо учитывать величину и характер изменения механической нагрузки на валу электродвигателя, которые определяются параметрами исполнительного органа. При невозможности реализации прямого привода электродвигатель приводит исполнительный органа в движение через кинематическую передачу. КПД, передаточное число и пульсации, вносимые кинематической передачей также учитываются при проектировании электропривода..

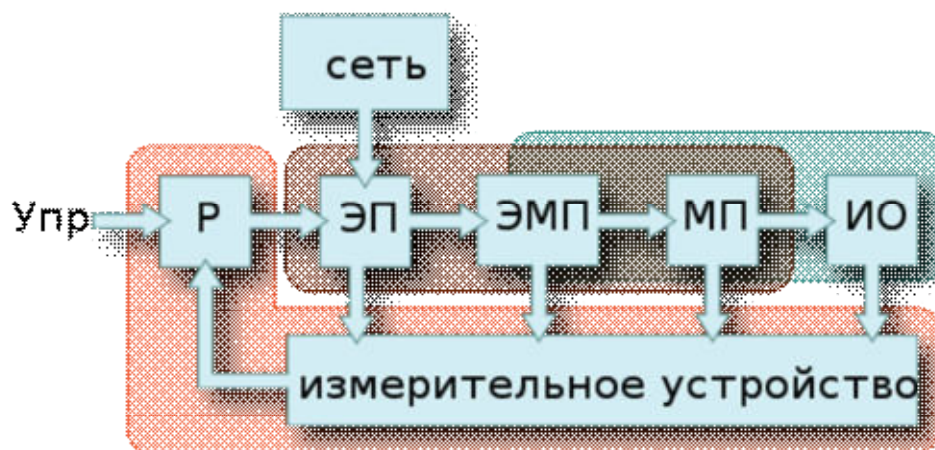


Рис. 4.1 Схема электропривода

Функциональные элементы:

- Регуляторы (Р) предназначен для управления процессами, протекающими в электроприводе.
- Электрический преобразователь (ЭП) предназначен для преобразования электрической энергии сети в регулируемое напряжение постоянного или переменного тока.
- Электромеханический преобразователь (ЭМП) — двигатель, предназначен для преобразования электрической энергии в механическую.
- Механический преобразователь (МП) может изменять скорость вращения двигателя, а также характер движения (с поступательного на вращательное или с вращательного на поступательное).
- Упр — управляющие воздействие.
- ИО — исполнительный орган.

Функциональные части:

- Силовая часть или электропривод с разомкнутой системой регулирования;
- Механическая часть;

Виды электроприводов.

- Нерегулируемые, простейшие, предназначенные для пуска и остановки двигателя, работающие в односкоростном режиме.
- Регулируемые, допускающие изменение частоты вращения и управление пуском и торможением электродвигателя для заданного технологического процесса. Способ регулирования зависит от типа двигателя. Так, для машин переменного тока применимо управление частотой, током в роторе, переключением пар полюсов статора. Для коллекторных машин применимо регулирование напряжением.
- Неавтоматизированные
- Автоматизированные
- Линейные — для частных случаев.
- Вращательные — наиболее распространённый тип. Чаще всего линейное перемещение получают механическими преобразователями вращательного движения двигателя.

Гидропривод механизмов.

Гидравлический привод (гидропривод) — совокупность устройств, предназначенных для приведения в движение машин и механизмов посредством гидравлической энергии.

Гидропривод представляет собой своего рода «гидравлическую вставку» между приводным двигателем и нагрузкой (машиной или механизмом) и выполняет те же функции, что и механическая передача (редуктор, ремённая передача, кривошипно-шатунный механизм и т. д.).

Основная функция гидропривода, как и механической передачи, — преобразование механической характеристики приводного двигателя в соответствии с требованиями нагрузки (преобразование вида движения выходного звена двигателя, его параметров, а также регулирование, защита от

перегрузок и др.). Другая функция гидропривода – это передача мощности от приводного двигателя к рабочим органам машины (например, в одноковшовом экскаваторе – передача мощности от двигателя внутреннего сгорания к ковшу или к гидродвигателям привода стрелы, к гидродвигателям поворота башни и т.д.).

В общих чертах, передача мощности в гидроприводе происходит следующим образом:

1. Приводной двигатель передаёт вращающий момент на вал насоса, который сообщает энергию рабочей жидкости.
2. Рабочая жидкость по гидролиниям через регулирующую аппаратуру поступает в гидродвигатель, где гидравлическая энергия преобразуется в механическую.
3. После этого рабочая жидкость по гидролиниям возвращается либо в бак, либо непосредственно к насосу.

Гидроприводы могут быть двух типов: гидродинамические и объёмные:

- В гидродинамических приводах используется в основном кинетическая энергия потока жидкости.
- В объёмных гидроприводах используется потенциальная энергия давления рабочей жидкости.

Объёмный гидропривод — это гидропривод, в котором используются объёмные гидромашины (насосы и гидродвигатели). Объёмной называется гидромашина, рабочий процесс которой основан на попеременном заполнении рабочей камеры жидкостью и вытеснении её из рабочей камеры. К объёмным машинам относят, например, поршневые насосы, аксиально-поршневые, радиально-поршневые, шестерённые гидромашины и др.

Одна из особенностей, отличающая объёмный гидропривод от гидродинамического, — большие давления в гидросистемах. Так, номинальные давления в гидросистемах экскаваторов могут достигать 32 МПа, а в некоторых случаях рабочее давление может быть более 300 МПа, в то время как гидродинамические машины работают обычно при давлениях, не превышающих 1,5—2 МПа.

Объёмный гидропривод намного более компактен и меньше по массе, чем гидродинамический, и поэтому он получил наибольшее распространение.

В зависимости от конструкции и типа входящих в состав гидропередачи элементов объёмные гидроприводы можно классифицировать по нескольким признакам.

По характеру движения выходного звена гидродвигателя различают:

- гидропривод вращательного движения, когда в качестве гидродвигателя применяется гидромотор, у которого ведомое звено (вал или корпус) совершает неограниченное вращательное движение;
- гидропривод поступательного движения, у которого в качестве гидродвигателя применяется гидроцилиндр — двигатель с возвратно-поступательным движением ведомого звена (штока поршня, плунжера или корпуса);
- гидропривод поворотного движения, когда в качестве гидродвигателя применён поворотный гидродвигатель, у которого ведомое звено (вал или корпус) совершает возвратно-поворотное движение на угол, меньший 360°.

Если скорость выходного звена (гидроцилиндра, гидромотора) регулируется изменением частоты вращения двигателя, приводящего в работу насос, то гидропривод считается нерегулируемым.

Регулируемый гидропривод в котором в процессе его эксплуатации скорость выходного звена гидродвигателя можно изменять по требуемому закону. В свою очередь регулирование может быть:

- дроссельным
- объёмным
- объёмно-дроссельным.

Регулирование может быть: ручным или автоматическим.

Гидропривод с замкнутой схемой циркуляции, в котором рабочая жидкость от гидродвигателя возвращается во всасывающую гидролинию насоса.

Гидропривод с замкнутой циркуляцией рабочей жидкости компактен, имеет небольшую массу и допускает большую частоту вращения ротора насоса без опасности возникновения кавитации, поскольку в такой системе во всасывающей линии давление всегда превышает атмосферное. К недостаткам следует отнести плохие условия для охлаждения рабочей жидкости, а также необходимость спускать из гидросистемы рабочую жидкость при замене или ремонте гидроаппаратуры;

Гидросистемы с замкнутой схемой циркуляции рабочей жидкости (справа) и с разомкнутой схемой (слева). На схеме слева всасывающая и сливная гидролинии сообщаются с баком (разомкнутая схема); на схеме справа бак используется только для вспомогательной гидросистемы (системы подпитки). Н и Н1 — насосы; М — гидромотор; Р — гидрораспределитель; Б — гидробак; Н1 — насос системы подпитки; КП1, КП2, — Предохранительные клапана; КО1 и КО2 — обратные клапана. Предохранительные клапана КП (на схеме слева), КП1 и КП2 (на схеме справа) срабатывают в тот момент, когда нагрузка на валу гидромотора слишком велика, и давление в гидросистеме превышает допустимую величину. Обратные клапана КО1 и КО2 срабатывают тогда, когда давление слишком мало, и возникает опасность кавитации

Гидропривод с разомкнутой системой циркуляции, в котором рабочая жидкость постоянно сообщается с гидробаком или атмосферой.

Достоинства такой схемы — хорошие условия для охлаждения и очистки рабочей жидкости. Однако такие гидроприводы громоздки и имеют большую массу, а частота вращения ротора насоса ограничивается допускаемыми (из условий бескавитационной работы насоса) скоростями движения рабочей жидкости во всасывающем трубопроводе.

По источнику подачи рабочей жидкости различают насосный гидропривод, магистральный гидропривод, аккумуляторный гидропривод.

В насосном гидроприводе, получившем наибольшее распространение в технике, механическая энергия преобразуется насосом в гидравлическую, носитель энергии — рабочая жидкость, нагнетается через напорную магистраль к гидродвигателю, где энергия потока жидкости преобразуется в механическую. Рабочая жидкость, отдав свою энергию гидродвигателю, возвращается либо обратно к насосу (замкнутая схема гидропривода), либо в бак (разомкнутая или

открытая схема гидропривода). В общем случае в состав насосного гидропривода входят гидropередача, гидроаппараты, кондиционеры рабочей жидкости, гидроёмкости и гидролинии.

Наибольшее применение в гидроприводе получили аксиально-поршневые, радиально-поршневые, пластинчатые и шестерённые насосы.

В магистральном гидроприводе рабочая жидкость нагнетается насосными станциями в напорную магистраль, к которой подключаются потребители гидравлической энергии. В отличие от насосного гидропривода, в котором, как правило, имеется один (реже 2-3) генератора гидравлической энергии (насоса), в магистральном гидроприводе таких генераторов может быть большое количество, и потребителей гидравлической энергии также может быть достаточно много.

В аккумуляторном гидроприводе жидкость подаётся в гидролинию от заранее заряженного гидроаккумулятора. Этот тип гидропривода используется в основном в машинах и механизмах с кратковременными режимами работы.

По типу приводящего двигателя гидроприводы бывают с электроприводом, приводом от ДВС, турбин и т.д.

Широкое распространение получил гидропривод в авиации. Насыщенность современных самолётов системами гидропривода такова, что общая длина трубопроводов современного пассажирского авиалайнера может достигать нескольких километров.

В автомобильной промышленности самое широкое применение нашли гидроусилители руля, существенно повышающие удобство управления автомобилем. Эти устройства являются разновидностью следящих гидроприводов. Гидроусилители применяют и во многих других областях техники (авиации, тракторостроении, промышленном оборудовании и др.).

В некоторых танках, например, в японском танке Тип 10 применяется гидростатическая трансмиссия, представляющая собой по сути систему объёмного гидропривода движителей. Такого же типа трансмиссия устанавливается и в некоторых современных бульдозерах.

В целом, границы области применения гидропривода определяются его преимуществами и недостатками.

К основным преимуществам гидропривода относятся:

- возможность универсального преобразования механической характеристики приводного двигателя в соответствии с требованиями нагрузки;
- простота управления и автоматизации;
- простота предохранения приводного двигателя и исполнительных органов машин от перегрузок; например, если усилие на штоке гидроцилиндра становится слишком большим (такое возможно, в частности, когда шток, соединённый с рабочим органом, встречает препятствие на своём пути), то давление в гидросистеме достигает больших значений — тогда срабатывает предохранительный клапан в гидросистеме, и после этого жидкость идёт на слив в бак, и давление уменьшается;
- надёжность эксплуатации;
- широкий диапазон бесступенчатого регулирования скорости выходного звена; например, диапазон регулирования частоты вращения гидромотора может

составлять от 2500 об/мин до 30-40 об/мин, а в некоторых случаях, у гидромоторов специального исполнения, доходит до 1-4 об/мин, что для электромоторов трудно реализуемо;

- большая передаваемая мощность на единицу массы привода; в частности, масса гидравлических машин примерно в 10-15 раз меньше массы электрических машин такой же мощности;
- самосмазываемость трущихся поверхностей при применении минеральных и синтетических масел в качестве рабочих жидкостей; нужно отметить, что при техническом обслуживании, например, мобильных строительно-дорожных машин на смазку уходит до 50% всего времени обслуживания машины, поэтому самосмазываемость гидропривода является серьёзным преимуществом;
- возможность получения больших сил и мощностей при малых размерах и весе передаточного механизма;
- простота осуществления различных видов движения — поступательного, вращательного, поворотного;
- возможность частых и быстрых переключений при возвратно-поступательных и вращательных прямых и реверсивных движениях;
- возможность равномерного распределения усилий при одновременной передаче на несколько приводов;
- упрощённость компоновки основных узлов гидропривода внутри машин и агрегатов, в сравнении с другими видами приводов.

К недостаткам гидропривода относятся:

- утечки рабочей жидкости через уплотнения и зазоры, особенно при высоких значениях давления в гидросистеме, что требует высокой точности изготовления деталей гидрооборудования;
- нагрев рабочей жидкости при работе, что приводит к уменьшению вязкости рабочей жидкости и увеличению утечек, поэтому в ряде случаев необходимо применение специальных охлаждающих устройств и средств тепловой защиты;
- более низкий КПД чем у сопоставимых механических передач;
- необходимость обеспечения в процессе эксплуатации чистоты рабочей жидкости, поскольку наличие большого количества абразивных частиц в рабочей жидкости приводит к быстрому износу деталей гидрооборудования, увеличению зазоров и утечек через них, и, как следствие, к снижению объёмного КПД;
- необходимость защиты гидросистемы от проникновения в неё воздуха, наличие которого приводит к нестабильной работе гидропривода, большим гидравлическим потерям и нагреву рабочей жидкости;
- пожароопасность в случае применения горючих рабочих жидкостей, что налагает ограничения, например, на применение гидропривода в горячих цехах;
- зависимость вязкости рабочей жидкости, а значит и рабочих параметров гидропривода, от температуры окружающей среды;
- в сравнении с пневмоприводом — невозможность эффективной передачи гидравлической энергии на большие расстояния вследствие больших потерь напора в гидролиниях на единицу длины.

Пневмопривод механизмов.

Пневматический привод (пневмопривод) — совокупность устройств, предназначенных для приведения в движение машин и механизмов посредством пневматической энергии. Обязательными элементами пневмопривода являются компрессор (генератор пневматической энергии) и пневмодвигатель.

Пневмопривод, подобно гидроприводу, представляет собой своего рода «пневматическую вставку» между приводным двигателем и нагрузкой (машиной или механизмом) и выполняет те же функции, что и механическая передача (редуктор, ремённая передача, кривошипно-шатунный механизм и т. д.).

Основное назначение пневмопривода, как и механической передачи, — преобразование механической характеристики приводного двигателя в соответствии с требованиями нагрузки (преобразование вида движения выходного звена двигателя, его параметров, а также регулирование, защита от перегрузок и др.).

В общих чертах, передача энергии в пневмоприводе происходит следующим образом:

1. Приводной двигатель передаёт вращающий момент на вал компрессора, который сообщает энергию рабочему газу.
2. Рабочий газ после специальной подготовки по пневмолиниям через регулирующую аппаратуру поступает в пневмодвигатель, где пневматическая энергия преобразуется в механическую.
3. После этого рабочий газ выбрасывается в окружающую среду, в отличие от гидропривода, в котором рабочая жидкость по гидролиниям возвращается либо в гидробак, либо непосредственно к насосу.

В зависимости от характера движения выходного звена пневмодвигателя (вала пневмомотора или штока пневмоцилиндра), и соответственно, характера движения рабочего органа пневмопривод может быть вращательным или поступательным. Пневмоприводы с поступательным движением получили наибольшее распространение в технике.

Пневмоприводы с поступательным движением.

По характеру воздействия на рабочий орган пневмоприводы с поступательным движением бывают:

- двухпозиционные, перемещающие рабочий орган между двумя крайними положениями;
 - многопозиционные, перемещающие рабочий орган в различные положения.
- По принципу действия пневматические приводы с поступательным движением бывают:
- одностороннего действия, возврат привода в исходное положение осуществляется механической пружиной;
 - двухстороннего действия, перемещающие рабочий орган привода осуществляется сжатым воздухом.

По конструктивному исполнению пневмоприводы с поступательным движением делятся на:

- поршневые, представляющие собой цилиндр, в котором под воздействием сжатого воздуха либо пружины перемещается поршень (возможны два варианта исполнения: в односторонних поршневых пневмоприводах рабочий ход осуществляется за счёт сжатого воздуха, а холостой за счёт пружины; в двухсторонних — и рабочий, и холостой ходы осуществляются за счёт сжатого воздуха);
- мембранные, представляющие собой герметичную камеру, разделённую мембраной на две полости; в данном случае цилиндр соединён с жёстким центром мембраны, на всю площадь которой и производит действие сжатый воздух (также, как и поршневые, выполняются в двух видах — одно- либо двухстороннем).
- Сильфонные применяются реже. Практически всегда одностороннего действия: усилие возврата может создаваться как упругостью самого сильфона, так и с использованием дополнительной пружины.

В особых случаях (когда требуется повышенное быстродействие) применяют специальный тип пневмоприводов — вибрационный пневмопривод релейного типа.

Одно из применений пневматических приводов является использование их в качестве силовых приводов на пневматических тренажерах.

Принцип действия пневматических машин.

Многие пневматические машины имеют свои конструктивные аналоги среди объёмных гидравлических машин. В частности, широко применяются аксиально-поршневые пневмомоторы и компрессоры, шестерённые и пластинчатые пневмомоторы, пневмоцилиндры.

Достоинства пневмопривода.

- в отличие от гидропривода – отсутствие необходимости возвращать рабочее тело (воздух) назад к компрессору;
- меньший вес рабочего тела по сравнению с гидроприводом (актуально для ракетостроения);
- меньший вес исполнительных устройств по сравнению с электрическими;
- возможность упростить систему за счёт использования в качестве источника энергии баллона со сжатым газом, такие системы иногда используют вместо пиропатронов, есть системы, где давление в баллоне достигает 500 МПа;
- простота и экономичность, обусловленные дешевизной рабочего газа;
- быстрота срабатывания и большие частоты вращения пневмомоторов (до нескольких десятков тысяч оборотов в минуту);
- пожаробезопасность и нейтральность рабочей среды, обеспечивающая возможность применения пневмопривода в шахтах и на химических производствах;

- в сравнении с гидроприводом – способность передавать пневматическую энергию на большие расстояния (до нескольких километров), что позволяет использовать пневмопривод в качестве магистрального в шахтах и на рудниках;
- в отличие от гидропривода, пневмопривод менее чувствителен к изменению температуры окружающей среды вследствие меньшей зависимости КПД от утечек рабочей среды (рабочего газа), поэтому изменение зазоров между деталями пневмооборудования и вязкости рабочей среды не оказывают серьёзного влияния на рабочие параметры пневмопривода; это делает пневмопривод удобным для использования в горячих цехах металлургических предприятий.

Недостатки пневмопривода.

- нагревание и охлаждение рабочего газа в процессе сжатия в компрессорах и расширения в пневмомоторах; этот недостаток обусловлен законами термодинамики, и приводит к следующим проблемам:
 - возможность обмерзания пневмосистем;
 - конденсация водяных паров из рабочего газа, и в связи с этим необходимость его осушения;
- высокая стоимость пневматической энергии по сравнению с электрической (примерно в 3-4 раза), что важно, например, при использовании пневмопривода в шахтах;
- ещё более низкий КПД, чем у гидропривода;
- низкие точность срабатывания и плавность хода;
- возможность взрывного разрыва трубопроводов или производственного травматизма, из-за чего в промышленном пневмоприводе применяются небольшие давления рабочего газа (обычно давление в пневмосистемах не превышает 1 МПа, хотя известны пневмосистемы с рабочим давлением до 7 МПа — например, на атомных электростанциях), и, как следствие, усилия на рабочих органах значительно меньше в сравнении с гидроприводом). Там, где такой проблемы нет (на ракетах и самолетах) или размеры систем небольшие, давления могут достигать 20 МПа и даже выше.
- для регулирования величины поворота штока привода необходимо использование дорогостоящих устройств - позиционеров.

5. Простые виды деформаций

Основные понятия.

Сопротивление материалов – наука, в которой изложены принципы и методы расчета частей сооружений и машин на прочность, жесткость и устойчивость.

Прочность – способность конструкции выдерживать заданные нагрузки без разрушения.

Жесткость – способность детали воспринимать заданные внешние нагрузки, не изменяя свои первоначальные формы и размеры выше норм установленных на основе условий её нормальной работы.

Устойчивость – способность конструкции сохранять первоначальную форму равновесия.

В отличие от теоретической механики, в сопротивлении материалов рассматриваются задачи, в которых все тела принимаются деформируемыми, то есть способными изменять первоначальную форму и размеры при действии на них внешних сил. Деформации, полностью исчезающие после нагрузок, называют *упругими*, а остающиеся – пластическими или остаточными. Материал называется абсолютно упругим, если после прекращения действия на него внешних сил полностью исчезают вызванные силами деформации. В целях создания простых и удобных для инженерной практики расчетов используются различные приближенные методы, которые заставляют прибегать к допущениям и гипотезам о свойствах материалов и характере деформации.

Основные допущения о свойствах материалов:

- 1) Гипотеза сплошности и однородности материала. По этой гипотезе предполагается, что материал полностью заполняет весь объем без каких либо пустот и свойства материала не зависят от величины выделенного из тела объема.
- 2) Гипотеза изотропности. Сплошная среда является изотропной, то есть физико-механические свойства материалов во всех направлениях одинаковы. Материалы, не обладающие указанным свойством, называются анизотропными. Анизотропно дерево, бумага, фанера.
- 3) Гипотеза идеальной упругости. До определенных пределов нагружения материал является идеально упругим. При больших нагрузках все материалы перестают обладать этим свойством, а поэтому данная гипотеза становится неприменимой.

Допущения связанные с характером деформаций.

- 1) Гипотеза малости деформаций. Перемещения возникающие в упругих телах под воздействием внешних сил, малы по сравнению с размером тела. Эта гипотеза позволяет при составлении уравнений равновесия не учитывать изменения в расположении сил. Указанное допущение носит название принципа начальных размеров. Проиллюстрируем данное положение простым примером. Момент силы F относительно точки A заделки считают равным Fl , а не Fl_1 (рис.1), так как разница между l и l_1 незначительна.

- 2) Гипотеза линейности деформаций. Перемещения точек упругого тела прямо

пропорциональны действующим нагрузкам. Суть допущения покажем на примере. Если балка при действии силы F прогнется на величину f , то вдвое большая сила вызовет прогиб балки в два раза больший – $2f$. Тела, для которых справедлива указанная гипотеза называются линейно деформируемыми.

3) Принцип независимости действия сил. Результат действия на тело системы сил не зависит от порядка приложения внешних сил и равен сумме результатов действия каждой силы в отдельности. Пусть на тело действует две силы F_1 и F_2 при этом точка A балки получит перемещение f . Если к балке приложить силу F_1 точка A получит перемещение f_1 , при действии силы F_2 – перемещение f_2 . При одновременном действии обеих сил перемещение точки A равно алгебраической сумме перемещений f_1 и f_2 :

$$f=f_1+f_2$$

Указанный принцип носит название суперпозиции, и он справедлив лишь для линейно деформируемых тел.

В сопротивлении материалов исследование вопроса о прочности реального объекта начинается с выбора расчетной схемы. Приступая к расчету, необходимо выделить самое существенное для рассматриваемого элемента, отбросив частности, несущественные для решения, но значительно его усложняющие, то есть создать расчетную схему элементов.

Расчетная схема – это реальный объект, освобожденный от несущественных особенностей.

Пример. Требуется произвести расчет на прочность канат подъемника. В первую очередь надо учесть вес поднимаемого груза, ускорение с которым он движется, а при большой высоте подъема, возможно также и вес самого каната. В тоже время надо отбросить влияние таких несущественных факторов, как аэродинамическое сопротивление, возникающее при подъеме клетки, силы барометрического давления на разных высотах и т.д. Для одного и того же объекта может быть предложено несколько расчетных схем, в первую очередь в зависимости от требуемой точности и от того, какая сторона явления интересует исследователя в конкретном случае. Так, если в данном примере нужно оценить только прочность каната, то клетку и груз допустимо рассматривать как жесткое целое и свести их действие на канат к силе, приложенной на конце каната. Если необходимо решить вопрос о прочности самой клетки, то последнюю уже нельзя считать абсолютно твердым телом. Ее конструктивные особенности надо рассматривать отдельно и в соответствии с этим выбирать для нее иную расчетную схему.

По геометрическим признакам все реальные тела могут быть отнесены к таким расчетным схемам: брус, оболочка, пластина и массивное тело. Для того, чтобы рассчитываемый элемент отнести к одной из указанных схем, необходимо знать геометрические признаки каждого из них.

Брус – тело, один размер которого – длина – значительно двух других – ширины и толщины. По виду оси бруска могут быть прямыми и кривыми. Если сечение изменяется по длине бруса, то он называется бруском переменного сечения.

Оболочка – тело, один размер которого – толщина – значительно меньше двух других – радиуса кривизны и длины.

Пластина можно рассматривать как частный случай оболочки бесконечно большого радиуса кривизны (рис.5).

Массив – тело, все размеры которого соизмеримы.

Центральное растяжение-сжатие.

Под *растяжением (сжатием)* понимают такой вид деформации стержня, при котором в его поперечном сечении возникает лишь один внутренний силовой фактор - продольная сила N_z . Поскольку продольная сила численно равна сумме проекций, приложенных к одной из отсеченных частей внешних сил на ось стержня (для прямолинейного стержня она совпадает в каждом сечении с осью O_z), то растяжение (сжатие) имеет место, если все внешние силы, действующие по одну сторону от данного поперечного сечения, сводятся к равнодействующей, направленной вдоль оси стержня. Одна и та же продольная сила N_z при действии на различные части стержня (левую или правую) имеет противоположные направления. Знак N_z зависит от характера вызываемой ею деформации. Продольная сила считается положительной, если вызывает растяжение элемента, и она отрицательна, если вызывает сжатие.

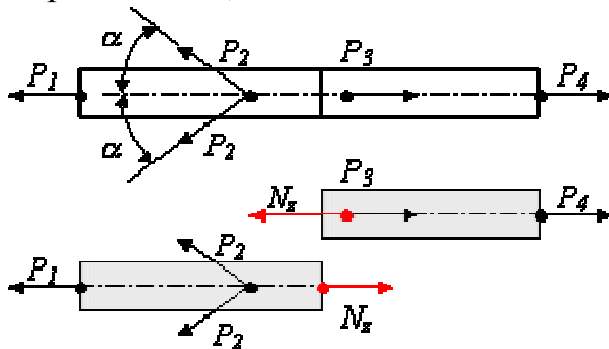


Рис. 5.1

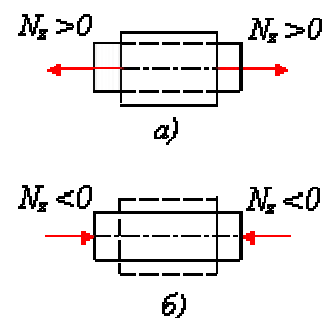


Рис. 5.2

Для того, чтобы сформулировать предпосылки теории растяжения (сжатия) призматического стержня, обратимся к эксперименту. Представим себе стержень, изготовленный из какого-либо податливого материала (например, резины), на боковую поверхность которого нанесена система продольных и поперечных рисок. Эта ортогональная система рисок остается таковой и после приложения растягивающей нагрузки. Поскольку поперечные риски являются следами поперечных сечений на поверхности стержня и остаются прямыми и перпендикулярными к оси стержня то это свидетельствует о выполнении *гипотезы плоских сечений (Бернулли)*. С учетом *гипотезы об отсутствии поперечного взаимодействия продольных волокон* приходим к выводу, что деформация растяжения стержня сводится к одноосному растяжению его продольных волокон, и в поперечном сечении стержня возникают лишь нормальные напряжения σ , индекс z у которых опускаем. Ортогональность продольных и поперечных рисок свидетельствует также об отсутствии сдвигов, а,

следовательно, и связанных с ними касательных напряжений τ в поперечных и продольных сечениях стержня.

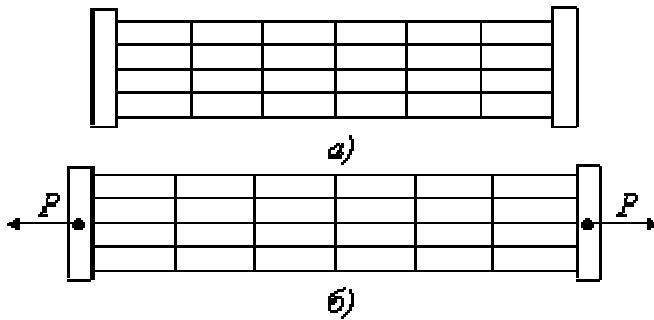


Рис. 5.3

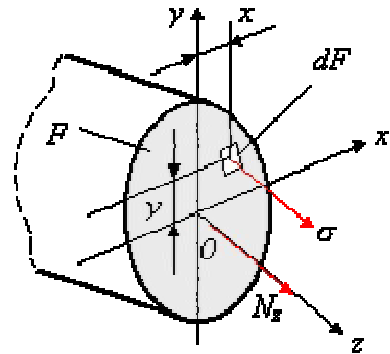


Рис. 5.4

Тогда продольная сила N_z равная сумме проекции внутренних сил, действующих в данном поперечном сечении площадью F (рис. 5.4) очевидно будет равна

$$N_z = \int_F \sigma dF \quad (5.1)$$

Это соотношение является уравнением равновесия статики, связывающим продольную силу N_z , и нормальное напряжение σ , которое в общем случае является функцией координат x и y и поэтому не может быть найдено из одного лишь 1 уравнения статики. Таким образом, задача определения напряжений даже в самом простом случае деформирования стержня (растяжении или сжатии) оказывается статически неопределимой.

Необходимое для решения этой задачи дополнительное уравнение вытекает из гипотезы плоских сечений. Поскольку поперечные сечения стержня, оставаясь плоскими и перпендикулярными к оси стержня, в процессе деформирования лишь поступательно перемещаются вдоль оси стержня (что приводит к одинаковому удлинению всех продольных волокон), то приходим к уравнению $\epsilon = \text{const}$, из которого ввиду однозначности связи σ и ϵ (для линейно-упругого материала это - закон Гука: $\sigma = E\epsilon$.) вытекает, что

$$\sigma = \text{const.}$$

Решая совместно уравнения получим, что $N_z = \sigma F$ или

$$\sigma = N_z / F.$$

Таким образом, при растяжении (сжатии) призматического стержня нормальные напряжения равномерно распределены по поперечному сечению, а касательные напряжения в сечениях отсутствуют, что является следствием гипотезы плоских сечений. Указанное, несмотря на, казалось бы, очевидность и простоту, является фундаментальным результатом, справедливым, строго говоря, лишь для призматического стержня. Однако в инженерной практике его используют и для приближенной оценки нормальных напряжений в стержнях переменного сечения. При этом, чтобы погрешность формулы была невелика, необходимо, чтобы площадь поперечного сечения стержня изменялась достаточно плавно вдоль его оси.

Условие прочности при растяжении (сжатии) призматического стержня для стержня из пластического материала (т. е. материала, одинаково работающего на растяжение и сжатие) будет иметь вид:

$$\sigma = N_z / F \leq [\sigma], \quad (5.2)$$

где $[\sigma]$ - допускаемое напряжение. Напряжение σ в условии подставляется по модулю, так как знак σ в этом случае роли не играет. Для стержней из хрупких материалов, неодинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию, знак напряжения имеет принципиальное значение, и условие прочности приходится формулировать отдельно для растяжения и сжатия:

$$\sigma_p = N_z / F \leq [\sigma_p],$$

$$|\sigma_c| = |N_z| / F \leq [\sigma_c],$$

где σ_p и σ_c - напряжения растяжения и сжатия, а $[\sigma_p]$ и $[\sigma_c]$ - соответствующие им допускаемые напряжения.

В практике инженерных расчетов, исходя из условия прочности, решаются три основные задачи механики материалов конструкций. В применении к случаю растяжения (сжатия) призматического стержня эти задачи формулируются следующим образом.

Проверка прочности (поверочный расчет). Этот расчет проводится, если нагрузка (в нашем случае ее представляет N_z), сечение стержня F и его материал $[\sigma]$ заданы.

Необходимо убедиться, что выполняется условие прочности:

$$\sigma = N_z / F \leq [\sigma],$$

Проверочный расчет заключается в том, что определяется фактический коэффициент запаса прочности n и сравнивается с нормативным коэффициентом запаса $[n]$:

$$n = \frac{\sigma^*}{\sigma} = \frac{\sigma^* F}{N_z} \geq [n],$$

где σ^* - предельное (или опасное) напряжение, т. е. напряжение, вызывающее отказ элемента конструкции (напомним, что, например, для стержня из пластичного материала это-предел текучести $\sigma_{0.2}$ или условный предел текучести $\sigma_{0.2}$).

Подбор сечения (проектный расчет). В этом расчете по Заданной нагрузке (N_z) определяются размеры поперечного сечения стержня (F) из заданного материала ($[\sigma]$ дано). Минимальное значение F получим, если в условии прочности принять знак равенства:

$$[F] = N_z / [\sigma] \quad (5.3)$$

Определение *допускаемой нагрузки*, то есть максимального значения нагрузки, которое допускает данный элемент конструкции (F и $[\sigma]$ даны) при выполнении условия прочности:

$$[N] = [\sigma] F.$$

Закон Гука.

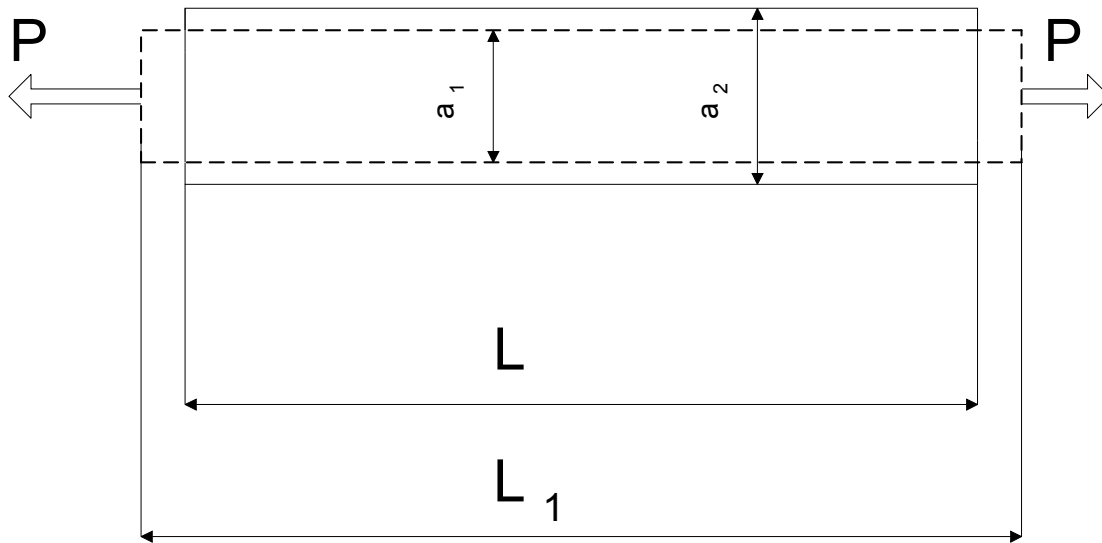


Рис. 5.5

Пусть первоначальная длина растянутого стержня равна L , а длина после деформации L_1 . Приращение длины $\Delta L = L_1 - L$ называется абсолютным удлинением стержня, а отношение $\Delta L / L = \varepsilon$ называется относительным удлинением. Из множества опытов установлена следующая зависимость, которая получила название Закон Гука:

$$\varepsilon = \sigma / E,$$

где σ – нормальное напряжение,

E – модуль упругости первого рода или модуль Юнга.

В пределах малых удлинений для большинства материалов справедлив закон Гука - нормальные напряжения в поперечном сечении прямо пропорциональны относительной линейной деформации ε $\sigma = E\varepsilon$.

Коэффициент пропорциональности E - модуль продольной упругости, его величина постоянна для каждого материала. Он характеризует жесткость материала, т.е. способность сопротивляться деформированию под действием внешней нагрузки.

Средние значения E и μ для некоторых материалов даны в таблице 5.1.

Таблица 5.1

Значения модуля упругости E и коэффициента Пуассона ν

Материал	E , МПа	ν
Сталь	$(2-2.2) \cdot 10^5$	0.24-0.3
Титан	$1.1 \cdot 10^5$	0.25
Алюминий	$0.7 \cdot 10^5$	0.32-0.36
Медь	$1.0 \cdot 10^5$	0.31-0.34
Чугун	$(1.1-1.6) \cdot 10^5$	0.23-0.27
Резина	1.0-0.8	0.5
Пробка	-	0
Стекловолокно	$(0.18-0.4) \cdot 10^5$	0.25
Дерево	$1 \cdot 10^4$	-

$$\Delta L = NL / ES,$$

(5.4)

где N – продольная сила,
 S – площадь сечения,
 L – длина стержня,
 E – модуль Юнга.

Сдвиг.

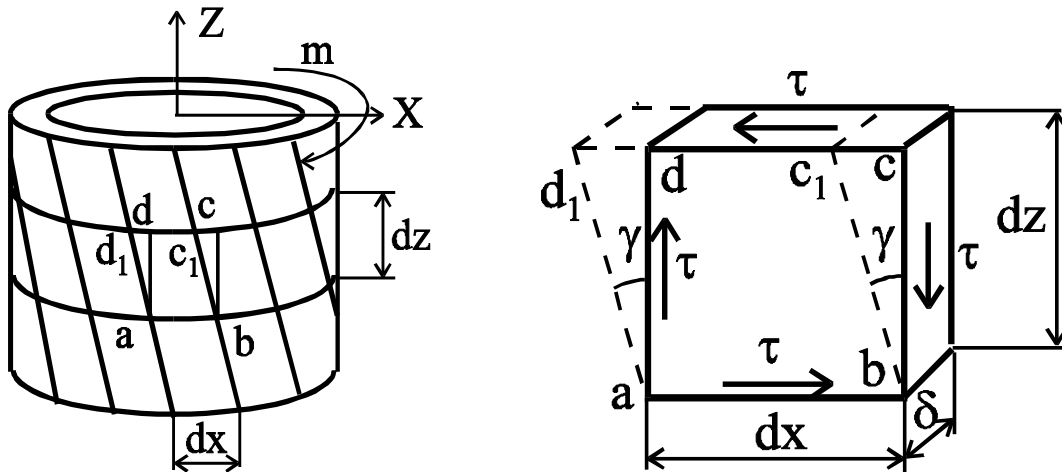


Рис. 5.6

Напряженное состояние, при котором на гранях прямоугольного элемента возникают только касательные напряжения τ , называется **чистым сдвигом**. Экспериментально чистый сдвиг может быть осуществлен при кручении тонкостенной трубы.

Рассмотрим элемент $abcd$, вырезанный из тонкостенной трубы. При возникновении касательных напряжений элемент перекашивается. Если считать грань ab закрепленной, то грань cd сдвинется в положение c_1d_1 . Все прямые углы между гранями изменятся на величину γ , который называется **углом сдвига**. Касательные напряжения и угол сдвига связаны прямой пропорциональностью, т.е. законом Гука при сдвиге:

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (5.5)$$

где G – модуль сдвига (модуль упругости второго рода); для стали $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.

Между модулем упругости E и G существует связь:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)},$$

которая подтверждается экспериментально.

Здесь μ – коэффициент Пуассона.

Кручение.

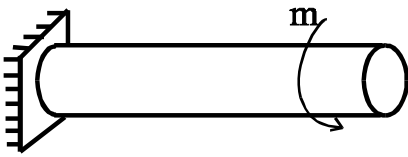
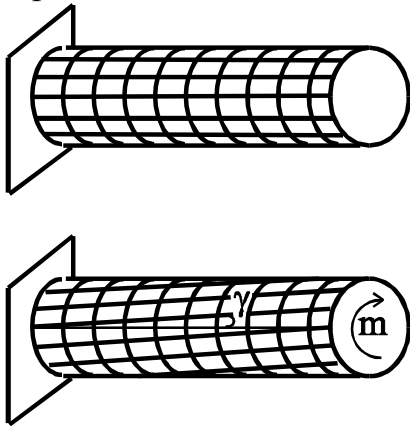


Рис. 5.7.

Деформация кручения вызывается скручивающими моментами, плоскости действия которых перпендикулярны продольной оси.

При кручении возникает один внутренний силовой фактор - крутящий момент M_k .

Характер распределения напряжений по сечению выясним, рассмотрев геометрическую картину деформации вала. Для этого на поверхности нанесем сетку, состоящую из линий, параллельных оси, и линий, представляющих собой параллельные круги.



После приложения скручивающего момента наблюдаем следующее: образующие цилиндра превращаются в линии одинакового наклона к оси стержня; параллельные круги не искривляются и расстояние между ними остается неизменным, радиусы, проведенные в торцевых сечениях, остаются прямыми (рис. 6.8). Таким образом, при построении теории напряженно-деформированного состояния вала при кручении пользуются следующими гипотезами:

Рис. 5.8

1. Поперечные сечения вала остаются при деформации плоскими и перпендикулярными к оси вала. Они лишь поворачиваются одно относительно другого на некоторый угол закручивания, обозначаемый φ . (гипотеза плоских сечений).

2. Расстояния между поперечными сечениями остаются неизменными.

3. Радиусы, проведенные в поперечных сечениях, при деформации не искривляются.

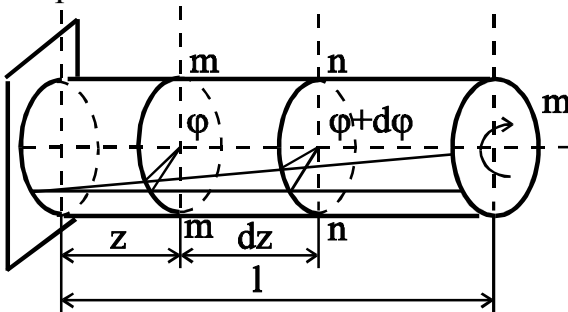


Рис. 5.9

Рассмотрим некоторый участок вала длиной dz , выделенный из вала (рис. 4). Пусть угол поворота сечения $m - m$ относительно неподвижного будет φ , тогда угол поворота сечения $n - n$, расположенного на расстоянии dz , будет $\varphi + d\varphi$. Следовательно, угол закручивания участка вала длиной dz равен $d\varphi$.

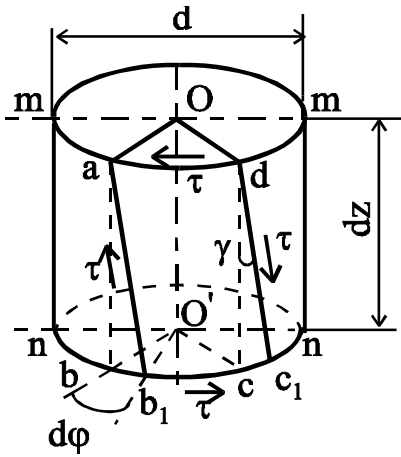


Рис. 5.10

Рассмотрим деформацию прямоугольного элемента $abcd$ бесконечно малой толщины, выделенного у поверхности вала. Так как радиусы остаются прямыми, то отрезок $O'b$ поворачиваясь в плоскости поперечного сечения на угол закручивания $d\varphi$, займет положение $O'b_1$. При этом образующая ab переместится в новое положение ab_1 , составив с первоначальной угол γ . Аналогично образующая dc переместится в положение dc_1 . Так как длины этих отрезков практически неизменны, то деформация прямоугольного элемента $abcd$ состоит в изменении первоначально прямых углов на величину угла γ .

Таким образом, рассмотренный элемент находится в условиях чистого сдвига и, следовательно, на его гранях действуют касательные напряжения τ .

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{bb_1}{ab} \approx \gamma.$$

Учитывая, что $ab = dz$, а $bb_1 = r \cdot d\varphi$, угол сдвига: $\gamma = r \frac{d\varphi}{dz}$.

Отношение $\frac{d\varphi}{dz} = \theta$ называется относительным погонным углом закручивания $\left[\frac{1}{\text{м}} \right]$ или $\left[\frac{\text{рад}}{\text{м}} \right]$.

$$\gamma = \theta \cdot r$$

Если рассмотреть деформацию прямоугольного элемента, расположенного внутри вала на произвольной цилиндрической поверхности радиуса ρ , то угол сдвига $\gamma_\rho = \theta \rho$.

Найдем зависимость между напряжениями и деформациями при кручении. С учетом закона Гука при чистом сдвиге

$$\tau_\rho = G \cdot \gamma_\rho = G \cdot \theta \cdot \rho$$

Из двух последних формул следует, что углы сдвига и касательные напряжения в поперечном сечении изменяются по линейному закону прямо пропорционально расстоянию ρ точек от центра сечения.

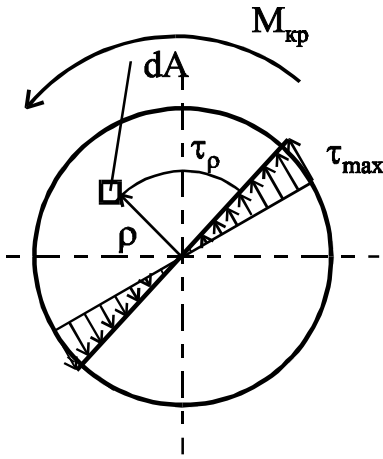


Рис. 5.11

Очевидно, что максимальные касательные напряжения τ_{\max} будут возникать у поверхности вала, то есть при $\rho = r$.

$$\tau_r = \tau_{\max} = G \cdot \theta \cdot r.$$

Выделим на расстоянии ρ от центра сечения элементарную площадку dA . Крутящий момент M_k :

$$M_k = \int_A \tau_\rho \rho dA = G \cdot \theta \int_A \rho^2 dA = G \cdot \theta \cdot I_p.$$

Отсюда погонный угол закручивания

$$\theta = \frac{M_k}{G \cdot I_p}.$$

практически Выражение $G \cdot I_p$ - жесткость вала при кручении.

I_p - полярный момент инерции.

$I_p = \frac{\pi \cdot r^4}{2}$ - для круглого сечения; $I_p = \frac{\pi \cdot (r_H^4 - r_B^4)}{2}$ - для трубчатого сечения.

Взаимный угол закручивания двух сечений, расположенных на расстоянии l :

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_k}{G \cdot I_p} dz.$$

Если в пределах цилиндрического участка вала длиной l крутящий момент M_k имеет постоянное значение, то

$$\varphi = \theta \cdot l = \frac{M_k l}{G \cdot I_p} \quad - \text{закон Гука при кручении.}$$

Так как $\tau = G \cdot \theta \cdot \rho$, то
$$\tau = \frac{M_k}{I_p} \rho.$$

Максимальные касательные напряжения, действующие по контуру сечения:

$$\tau_{\max} = \frac{M_k r}{I_p} = \frac{M_k}{W_p}, \quad (6.6)$$

где $W_p = \frac{I_p}{r}$ - полярный момент сопротивления [ед³].

$$W_p = \frac{\pi \cdot r^3}{2} \quad - \text{для круглого сечения;} \quad W_p = \frac{\pi \cdot (r_H^4 - r_B^4)}{2 \cdot r_H} \quad - \text{для}$$

трубчатого сечения.

Из второй гипотезы следует, что нормальные напряжения σ при кручении равны нулю.

Список литературы

1. Ахметзянов, М.Х. Сопротивление материалов: учебник/М.Х.Ахметзянов, И.Б.Лазарев.-2-е изд., перераб. и доп.- М.: Юрайт, 2011. – 300с.
2. Киселев, В.В. Механика (лабораторный практикум): учебное пособие / В.В. Киселев, Д.А. Ульев. – Иваново: ООНИ ИВИ ГПС МЧС России, 2008. – 121 с.
3. Покровский, А.А. Механика. Примеры и задачи: учебное пособие / А.А. Покровский, В.В. Киселев. – Иваново: ООНИ ЭКО ФГБОУ ВПО Ивановского института ГПС МЧС России, 2013. – 133с.
4. Тимофеев, Г.А. Теория механизмов и машин: учебное пособие/ Г.А. Тимофеев. – 2-е изд. перераб. и доп.- М.: Юрайт, 2011. – 351с.
5. Киселев, В.В. Механика. Контрольные задания (Часть 2): учебно-методическое пособие / А.А. Покровский, В.В. Киселев. – Иваново: ООНИ ИВИ ГПС МЧС России, 2012. – 88 с.
6. Покровский, А.А. Прикладная механика: учебное пособие для самостоятельной подготовки / А.А. Покровский, В.В. Киселев, Д.А.Ульев. – Иваново: ООНИ ИВИ ГПС МЧС России, 2012. – 91 с.
7. Покровский, А.А. Механика. Контрольные задания (Часть 1): учебно-методическое пособие / А.А. Покровский, В.В. Киселев. – Иваново: ООНИ ИВИ ГПС МЧС России, 2011. – 137 с.
8. Покровский, А.А. Прикладная механика. Кинематика: учебное пособие / А.А. Покровский, В.В. Киселев, В.Е. Иванов, М.А. Ноздрин. – Иваново: ООНИ ЭКО ФГБОУ ВПО Ивановского института ГПС МЧС России, 2014. – 114 с.
9. Покровский, А.А. Сложное движение точки: методические указания и контрольные задания / А.А. Покровский, Д.А. Ульев. – Иваново: ООНИ ИВИ ГПС МЧС России, 2010. – 26 с.
10. Топоров, А.В. Кинематический анализ рычажного механизма: учебно-методическое пособие / А.В. Топоров, Е.А. Топорова, Д.А. Ульев. – Иваново: ООНИ ИВИ ГПС МЧС России, 2011. – 80 с.
11. Топоров, А.В. Кинематика точки: учебно-методическое пособие /А.В.Топоров, В.В.Киселев. – Иваново: ООНИ ИВИ ГПС МЧС России, 2012. – 86 с.
12. Топоров, А.В. Динамика точки: учебно-методическое пособие / А.В. Топоров, В.В. Киселев. – Иваново: ООНИ ИВИ ГПС МЧС России, 2011. – 94 с.
13. Топоров, А.В. Произвольная плоская система сил: учебное пособие / А.В.Топоров, В.В.Киселев. – Иваново: ООНИ ИВИ ГПС МЧС России, 2013. – 82 с.